أكاديمية الحوت في الرياضيات

الحوت

في الرياضيات

للمرحلة الإعدادية

الصف الثاني الإعدادي

أ. سعد حجازي
01282619484



الصف الثاني الإعدادي — أولاً الجبر — ٢ع الحوت..

العدد النسبي المربع الكامل

صفر^٢ = صفر	$١^٢ = ١$	$٢^٢ = ٤$	$٣^٢ = ٩$
$٤^٢ = ١٦$	$٥^٢ = ٢٥$	$٦^٢ = ٣٦$	$٧^٢ = ٤٩$
$٨^٢ = ٦٤$	$٩^٢ = ٨١$	$١٠^٢ = ١٠٠$	$١١^٢ = ١٢١$

مثال ١ أكمل الجذر التربيعي

١) $\sqrt{١٦}$ = ... ٢) $\sqrt{٤}$ = ...

٣) $\sqrt{٨١}$ = ... ٤) $\sqrt{....}$ = ٧

٥) $\sqrt{....}$ = ١٠ ٦) $\sqrt{س^٦}$ = ...

٧) $\sqrt{٤س^٢}$ = ... ٨) $\sqrt{......}$ = ٢س

٩) إذا كانت $س^٢ = \frac{٤}{٩}$ فإن س = ...

١٠) إذا كانت $س^٢ = ٤٩$ فإن س = ...

١١) {٠} ∪ ص$_+$ = ... ١٢) $\sqrt{-٩}$ = ...

١٢) مربع طول ضلعه $\sqrt{٥}$ سم مساحته = ... سم^٢

١٣) مربع مساحته ٣ سم^٢ فإن طول ضلعه ...... سم

مثال ٢ أوجد م.ح في ن

١) $س + ٣ = ٥$

الحل

٢) $٢س + ٨ = ١٧$

الحل

٣) $٣س - ٩ = ١٢$

الحل

٤) $س^٢ - ٤ = ٥$

الحل

٥) $٢س^٢ - ١٠ = ١٧$

الحل

٦) $٣س^٢ - ٧ = ٢٠$

الحل

٧) $(س - ٣)^٢ = ٢٥$

الحل

٨) $(س + ٥)^٢ = ٩$

٩) $(س - ٣)^٢ - ٧ = ٤٢$

الحل

١٠) $(س + ٧)^٢ + ٤ = ١٠٤$

الحل



[٢] العدد النسبي المكعب الكامل

صفر^{٣} = صفر   ١^{٣} = ١   ٢^{٣} = ٨

٣^{٣} = ٢٧   ٤^{٣} = ٦٤   ٥^{٣} = ١٢٥

٦^{٣} = ٢١٦   ٧^{٣} = ٣٤٣   ٨^{٣} = ٥١٢

٩^{٣} = ٧٢٩   ١٠^{٣} = ١٠٠٠   وهكذا ....

مثال ١ أكمل

[١] $\sqrt[3]{٨}$ = ...   [٢] $\sqrt[3]{-٢٧}$ = ...

[٣] $\sqrt[3]{١٢٥}$ = ...   [٤] $\sqrt[3]{-٨ س^{٣}}$ = ...

[٥] $\sqrt[3]{٦٤ س^{٩}}$ = ...   [٦] $\sqrt[3]{-٢٧ س^{١٢}}$ = ...

[٦] مكعب حجمه ٢١٦ سم^{٣} طول حرفه = ... سم

[٧] مكعب حجمه ٢٧ سم^{٣} طول حرفه = ... سم

[٨] مربع مساحته ٩ سم^{٢} طول حرفه = ... سم

[٩] مربع مساحته ٤٩ سم^{٢} طول حرفه = ... سم

[١٠] $\sqrt[3]{......}$ = ٢   [١١] $\sqrt[3]{......}$ = ٥ س

[١٢] $\sqrt{١٦}$ = $\sqrt[3]{......}$ [١٣] $\sqrt[3]{......}$ = ٤

[١٣] $\sqrt[3]{س^{٦}}$ = $\sqrt{......}$

مثال ٢ أوجد مجموعة الحل في ن

[١] س^{٣} − ٧ = ٢٠
الحل

[٢] ٢ س^{٣} − ٩ = ٧
الحل

[٣] ٢٧ س^{٣} − ٢ = ٦٢
الحل

[٤] ٤٠ س^{٣} + ١ = ١٣٦
الحل

[٥] (س − ٣)^{٣} = ٢٧
الحل

[٦] (س − ٢)^{٣} = −٨

[٧] (س − ٢)^{٣} − ٢ = ٦
الحل

[٨] (س − ٧)^{٣} + ٣ = ٣٠
الحل

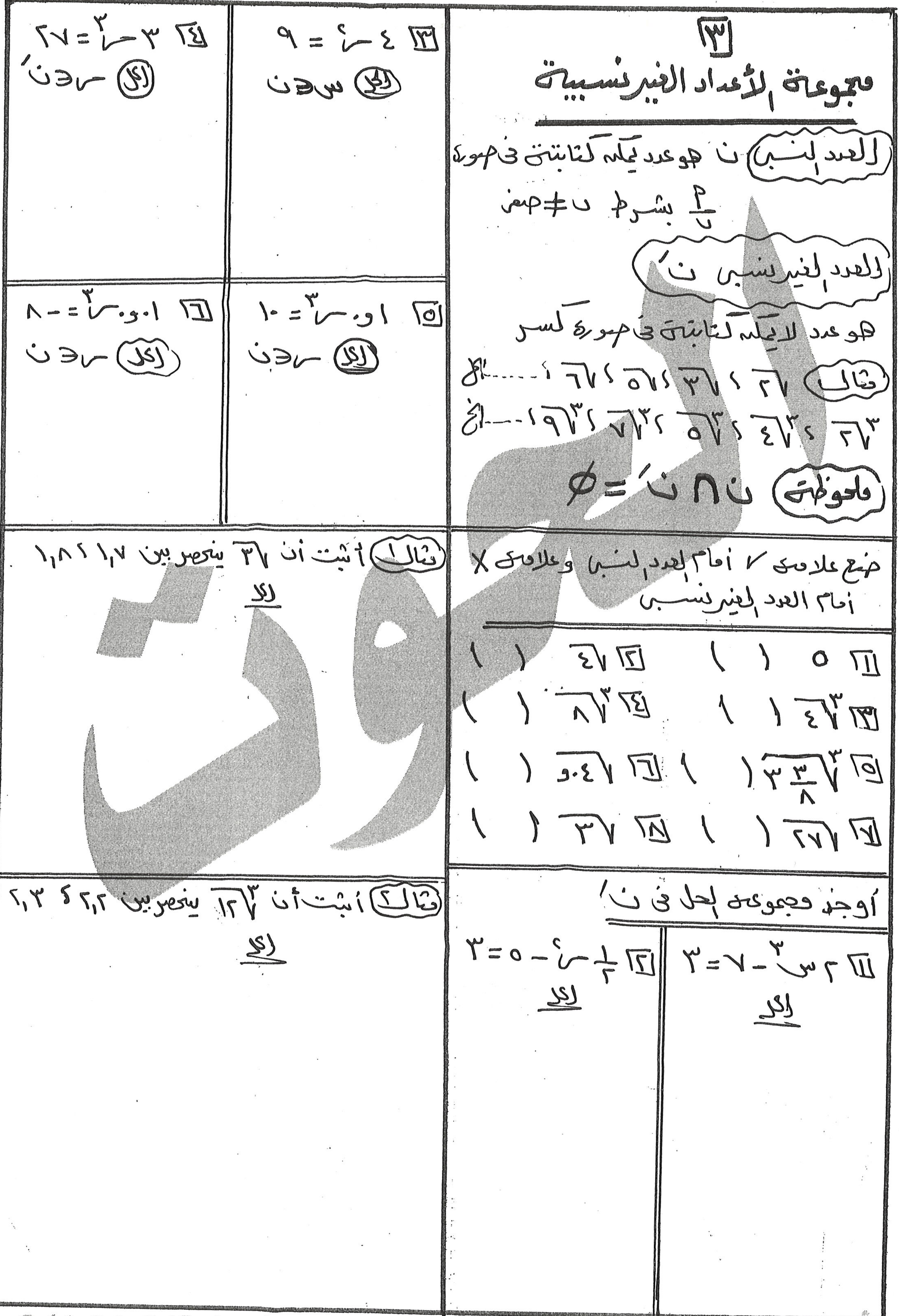
[٩] $\sqrt[3]{س}$ = ٥
س = ...

[١٠] $\sqrt[3]{س}$ = $\frac{١}{٤}$
س = ...

[١١] $\sqrt[3]{س}$ = −$\sqrt{٤}$
س = ...

[١٢] س^{٣} = −٨
س = ...

[١٣] س^{٣} + ٢٧ = ٠
الحل



٣

مجموعة الأعداد الغير نسبية

العدد النسبي ن : هو عدد يمكن كتابته فى صورة $\frac{أ}{ب}$ بشرط ب ≠ صفر

العدد الغير نسبي ن' : هو عدد لا يمكن كتابته فى صورة كسر

مثال: $\sqrt{٢}$ ، $\sqrt{٣}$ ، $\sqrt{٥}$ ، $\sqrt{٦}$ ، ...... الخ

$\sqrt[٣]{٢}$ ، $\sqrt[٣]{٤}$ ، $\sqrt[٣]{٥}$ ، $\sqrt[٣]{٧}$ ، $\sqrt[٣]{٩}$ ...... الخ

ملحوظة: $ن \cap ن' = \emptyset$

[٣] $٤ س^٢ = ٩$

الحل: س ∈ ن

[٤] $٣ س^٣ = ٢٧$

الحل: س ∈ ن'

[٥] $٠,١ س^٣ = ١٠$

الحل: س ∈ ن

[٦] $٠,٠١ س^٣ = -٨$

الحل: س ∈ ن

ضع علامة ✓ أمام العدد النسبي وعلامة ✗ أمام العدد الغير نسبي

[١] ٥ ( )	[٢] $\sqrt{٤}$ ( )
[٣] $\sqrt[٣]{٤}$ ( )	[٤] $\sqrt[٣]{٨}$ ( )
[٥] $\sqrt[٣]{٣\frac{٣}{٨}}$ ( )	[٦] $\sqrt{٠,٠٤}$ ( )
[٧] $\sqrt{٢٧}$ ( )	[٨] $\sqrt{٣}$ ( )

مثال ١: أثبت أن $\sqrt{٣}$ ينحصر بين ١,٧ ، ١,٨

الحل

مثال ٢: أثبت أن $\sqrt[٣]{١٢}$ ينحصر بين ٢,٢ ، ٢,٣

الحل

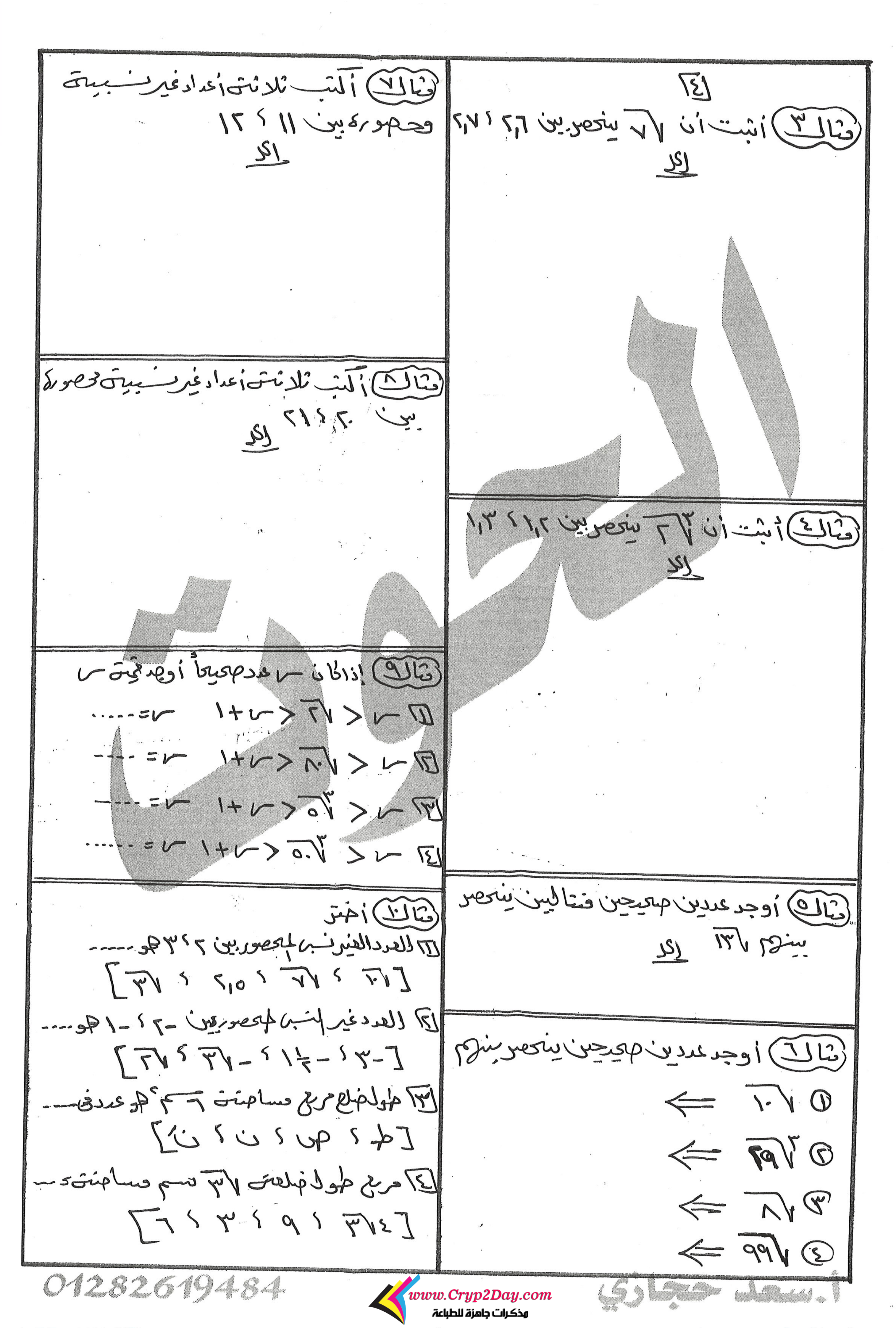
أوجد مجموعة الحل فى ن'

[١] $٢ س^٣ - ٧ = ٣$

الحل

[٢] $\frac{١}{٢} س^٢ - ٥ = ٣$

الحل



[٤]

مثال ٣ أثبت أن $\sqrt{٧}$ ينحصر بين ٢,٦ ، ٢,٧

الحل

مثال ٤ أثبت أن $\sqrt[٣]{٢}$ ينحصر بين ١,٢ ، ١,٣

الحل

مثال ٥ أوجد عددين صحيحين متتاليين ينحصر بينهما $\sqrt{١٣}$

الحل

مثال ٦ أوجد عددين صحيحين ينحصر بينهما

١) $\sqrt{١٠}$ ⇐

٢) $\sqrt[٣]{٢٩}$ ⇐

٣) $\sqrt{٨}$ ⇐

٤) $\sqrt{٩٩}$ ⇐

مثال ٧ أكتب ثلاثة أعداد غير نسبية محصورة بين ١١ ، ١٢

الحل

مثال ٨ أكتب ثلاثة أعداد غير نسبية محصورة بين ٢٠ ، ٢١

الحل

مثال ٩ إذا كان س عدداً صحيحاً أوجد قيمة س

١) س < $\sqrt{٢٧}$ < س + ١ س = ...

٢) س < $\sqrt{٨٠}$ < س + ١ س = ...

٣) س < $\sqrt[٣]{٥٠}$ < س + ١ س = ...

٤) س < $\sqrt[٣]{٥٠}$ < س + ١ س = ...

مثال ١٠ أختر

١) العدد الغير نسبي المحصور بين ٢ ، ٣ هو ......

[$\sqrt{١٠}$ ، $\sqrt{٧}$ ، ٢,٥ ، $\sqrt{٣}$]

٢) العدد غير النسبي المحصور بين -٢ ، -١ هو ......

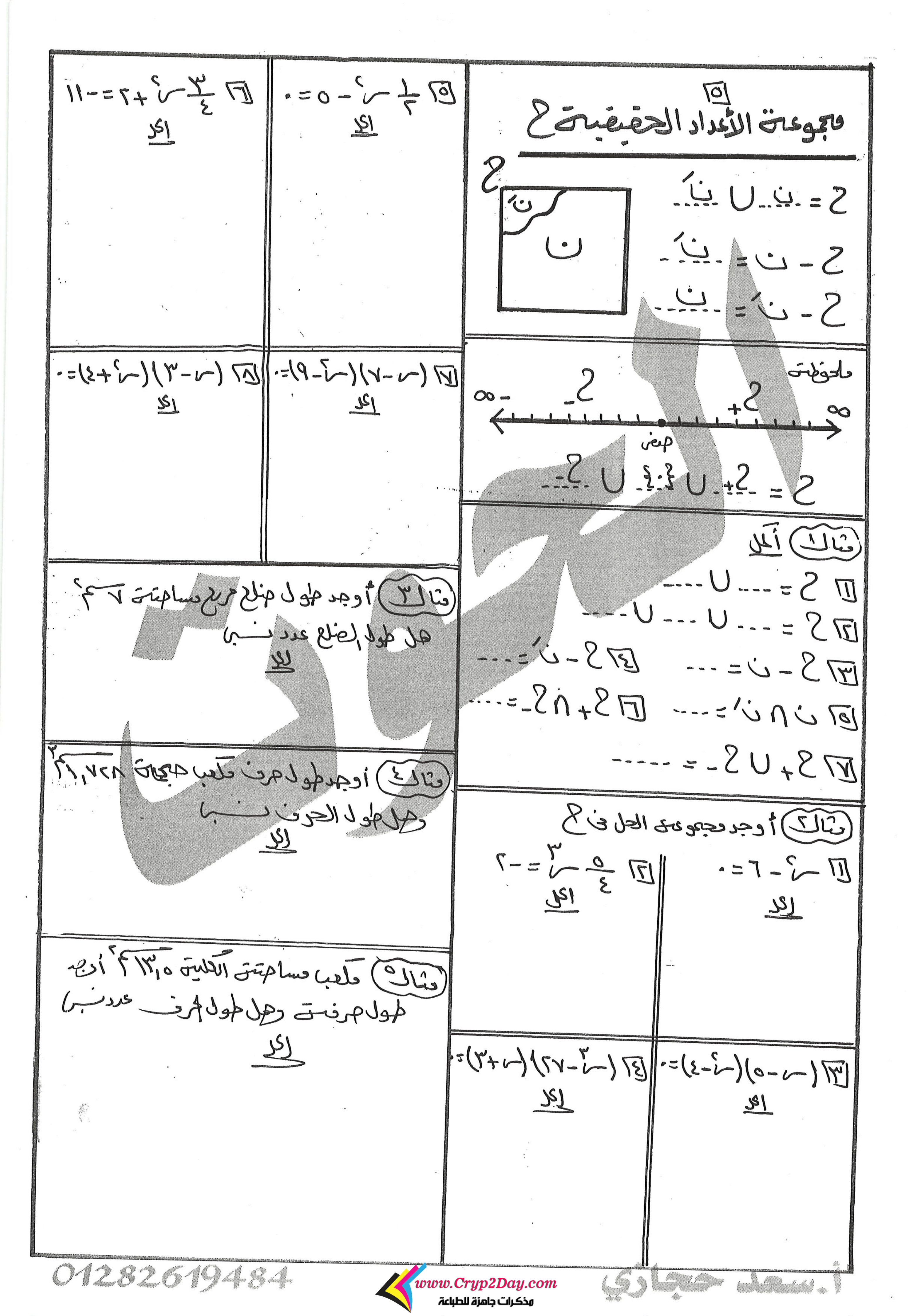
[-٣ ، -١ $\frac{١}{٢}$ ، -$\sqrt{٣}$ ، $\sqrt{٢}$]

٣) طول ضلع مربع مساحته ٦ سم² هو عدد ......

[ط ، ص ، ن ، ن']

٤) مربع طول ضلعه $\sqrt{٣}$ سم مساحته ......

[٤$\sqrt{٣}$ ، ٩ ، ٣ ، ٦]



٥

مجموعة الأعداد الحقيقية ح

ح = ن ∪ ن'

ح − ن = ن'

ح − ن' = ن

ملحوظة

−∞ ، ح− ، صفر ، ح+ ، ∞

ح = ح+ ∪ {٠} ∪ ح−

مثال ١ أكمل

١) ح = ... ∪ .....

٢) ح = ... ∪ ..... ∪ .....

٣) ح − ن = ...

٤) ح − ن' = ...

٥) ن ∩ ن' = ...

٦) ح+ ∩ ح− = ...

٧) ح+ ∪ ح− = ...

مثال ٢ أوجد مجموعة الحل في ح

١) س² − ٦ = ٠
الحل

٢) ٥/٤ س³ = −٢
الحل

٣) (س − ٥)(س² − ٤) = ٠
الحل

٤) (س³ − ٢٧)(س + ٣) = ٠
الحل

٥) ١/٢ س² − ٥ = ٠
الحل

٦) ٣/٤ س² + ٢ = −١١
الحل

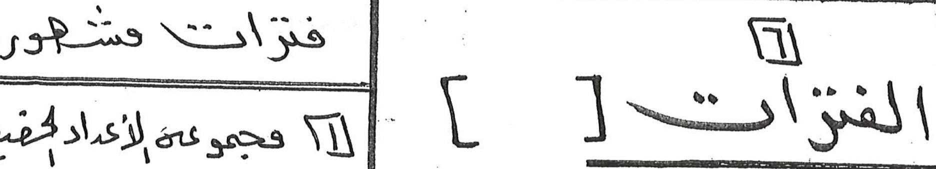
٧) (س − ٧)(س² − ٩) = ٠
الحل

٨) (س − ٣)(س² + ٤) = ٠
الحل

مثال ٣ أوجد طول ضلع مربع مساحته ٧ سم²
هل طول الضلع عدد نسبي
الحل

مثال ٤ أوجد طول حرف مكعب حجمه ٢١٫٧٢٨ سم³
وهل طول الحرف نسبي
الحل

مثال ٥ مكعب مساحته الكلية ١٣٫٥ سم² أوجد طول حرفه وهل طول الحرف عدد نسبي
الحل



هي طريقة تستخدم للتعبير عن المجموعات الجزئية من الأعداد الحقيقية وذلك لاستحالة عرضها باستخدام المجموعات

١ الفترة المغلقة

مثال: $-3 \leqslant س \leqslant 2$ ‏ [-٣ ، ٢]

(على خط الأعداد: -∞ ، -٣ ، صفر ، ٢ ، ∞)

٢ الفترة المفتوحة

مثال: $-3 < س < 2$ ‏]-٣ ، ٢[

(على خط الأعداد: -∞ ، -٣ ، صفر ، ٢ ، ∞)

٣ الفترة النصف مفتوحة (مغلقة)

مثال: $-3 \leqslant س < 2$ ‏ [-٣ ، ٢[

(على خط الأعداد: -∞ ، -٣ ، صفر ، ٢ ، ∞)

٤ الفترة النصف مغلقة (مفتوحة)

مثال: $-3 < س \leqslant 2$ ‏]-٣ ، ٢]

(على خط الأعداد: -∞ ، -٣ ، صفر ، ٢ ، ∞)

٥ الفترة الغير محدودة

١ $س \geqslant 5$ ‏ [٥ ، ∞[(صفر ، ٥ ، ∞)

٢ $س > 5$ ‏]٥ ، ∞[(صفر ، ٥ ، ∞)

٣ $س \leqslant 2$ ‏]-∞ ، ٢] (-∞ ، صفر ، ٢ ، ∞)

٤ $س < 2$ ‏]-∞ ، ٢[(-∞ ، صفر ، ٢ ، ∞)

فترات مشهورة

١ مجموعة الأعداد الحقيقية ح =]-∞ ، ∞[

٢ ح+ =]٠ ، ∞[

٣ ح- =]-∞ ، ٠[

٤ مجموعة الأعداد الحقيقية الغير سالبة = [٠ ، ∞[

٥ مجموعة الأعداد الحقيقية الغير موجبة =]-∞ ، ٠]

مثال ١: ضع علامة ∋ أو ∌

١ ٣ ...... [٣ ، ٥]

٢ -٢ ...... [-٢ ، ٢[

٣ صفر ...... [-١ ، ٤]

٤ |-٣| ......]٢ ، ∞[

٥ $\sqrt{9}$ ......]-٣ ، ∞[

٦ $\sqrt[3]{-1}$ ......]-∞ ، ١[

مثال ٢: إذا كانت س = [-٣ ، ٢[، ص = [-٢ ، ٤]
أوجد على صورة فترة مستعيناً بخط الأعداد

١ س ∩ ص
٢ س ∪ ص
٣ س - ص
٤ ص - س

الحل

(خط الأعداد: -∞ ، صفر ، ∞)

مثال ٣: إذا كانت س = [-٢ ، ٥[، ص = [-١ ، ∞[
أوجد على صورة فترة مستعيناً بخط الأعداد

١ س ∩ ص
٢ س ∪ ص
٣ س - ص

الحل

(خط الأعداد: -∞ ، صفر ، ∞)

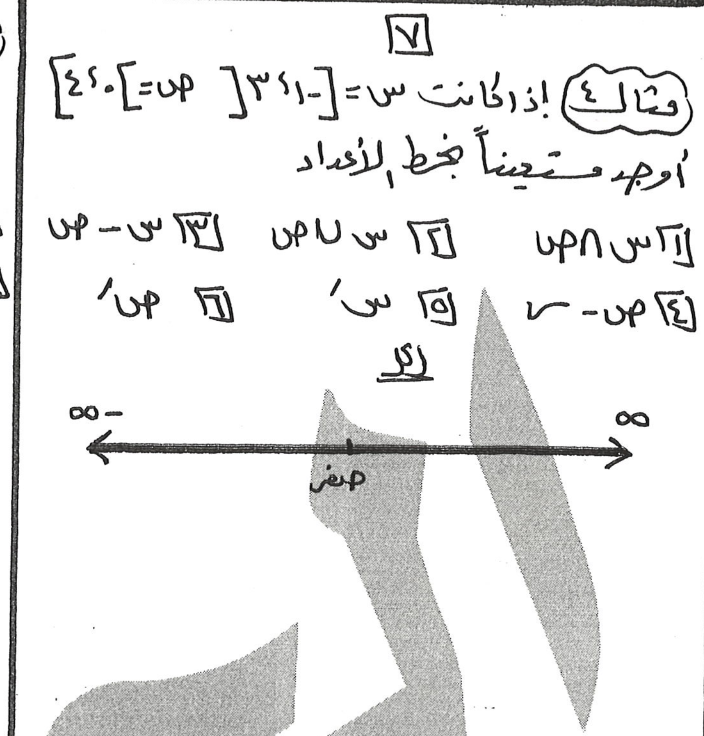
مثال ٤ إذا كانت س = [-١ ، ٣[، ص =]٠ ، ٤]

أوجد مستعيناً بخط الأعداد

١) س ∩ ص ٢) س ∪ ص ٣) س − ص

٤) ص − س ٥) س' ٦) ص'

الحل



مثال ٥ إذا كانت س =]-∞ ، ١] ، ص =]-٢ ، ∞[

أوجد مستعيناً بخط الأعداد

١) س ∩ ص ٢) س ∪ ص ٣) س − ص

٤) ص − س ٥) س' ٦) ص'

الحل

-∞ ∞

صفر

مثال ٦ أكمل

١) [٢ ، ٥] − {٢} = ...

٢) [-٣ ، ٧] − {-٣ ، ٧} = ...

٣)]-٢ ، ٥] ∪ {-٢} = ...

٤)]-١ ، ٣[∪ {-١ ، ٣} = ...

٥)]-١ ، ٣[∪ {-٣} = ...

مثال ٧ إذا كانت س = [-١ ، ٤] ، ص = [٣ ، ∞[

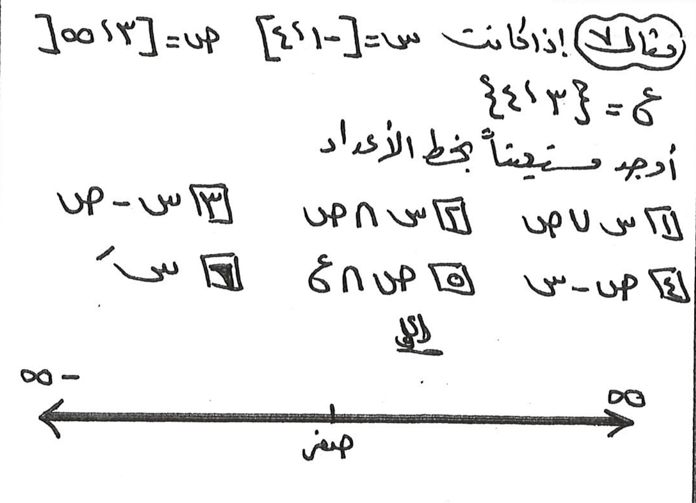
ع = {٣ ، ٤}

أوجد مستعيناً بخط الأعداد

١) س ∪ ص ٢) س ∩ ص ٣) س − ص

٤) ص − س ٥) ص ∩ ع ٦) س'

الحل



مثال ٨ أكمل

١) ح = ... ∪ .... (أو) ح = ... ∪ .... ∪ ....

٢) ح = ... في صورة فترة

٣) ح+ = ... في صورة فترة

٤) ح- = ... في صورة فترة

٥) ح − ن = ... ٦) ح − ن' = ...

٧) ن ∩ ن' = ... ٨) ن ∪ ن' = ...

٩) [٢ ، ٥] − {٢ ، ٥} = ...

١٠)]٣ ، ٧[∪ {٣ ، ٧} = ...

١١) [-١ ، ٤] ∩]٠ ، ١[= ....

١٢)]-٢ ، ٣] ∪]٠ ، ١[= ....

١٣) ح − [-٣ ، ١] = ...

العمليات على الأعداد الحقيقية

أولاً عملية الجمع والطرح

[١] ٥√٣ + ٢√٣ = ...

[٢] ٢√٥ + √٧ + ٣√٥ + √٧ = ...

[٣] √٢ + ٣√٧ − ٥√٢ + √٧ = ...

[٤] √٥ − √٣ + ٢√٥ + √٣ = ...

[٥] √٤ + ٤∛٢ + ٣√٢ + ∛٢ = ...

[٦] ٤√٥ + ∛٥ − √٥ = ...

[٧] ٥∛٧ − ٨∛٧ + ٢∛٧ = ...

[٨] المحايد الجمعي في ح هو ....

[٩] المعكوس الجمعي للعدد √٣ هو ....

[١٠] المعكوس الجمعي للعدد √٣ − ٢ هو ....

[١١] المعكوس الجمعي للعدد √٧ − √٥ هو ....

(ملحوظة) عملية الجمع في ح تحقق شرط

[الانغلاق] √٣ + ٢√٣ = ٣√٣ ∈ ح

[الإبدال] √٢ + √٥ = √٥ + √٢

[الدمج] (أ + ب) + جـ = أ + (ب + جـ)

[المحايد الجمعي] أ + صفر = صفر + أ = أ

[المعكوس الجمعي] أ + (−أ) = (−أ) + أ = صفر

عملية الطرح في ح

ليست إبدالية وليست دامجة

(مثال) اختصر لأبسط صورة

٤ + √٣ − ٧ − √٣

الحل

ثانياً عملية الضرب

[١] √٢ × √٢ = ...

[٢] √٣ × √٣ = ...

[٣] ٢√٥ × ٣√٥ = ...

[٤] −٢ × ٣√٥ = ...

[٥] ٤√٢ × √٢ = ...

[٦] −٢√٧ × ٤√٧ = ...

[٧] √٢ × √٥ = ...

[٨] المحايد الضربي في ح هو ....

(ملحوظة) عملية الضرب في ح تحقق شرط

[الانغلاق ، الإبدال ، الدمج ، المحايد الضربي ، المعكوس الضربي ، التوزيع]

(مثال) اختصر

[١] ٢√٣ (٥√٣ − ٤)

الحل

[٢] ٥√٢ (٣√٢ − ٢)

الحل

[٣] (٧√٢ − ٥)(٧√٢ + ٥)

الحل

[٤] (٢√٣ − ٤)(٢√٣ + ٤)

الحل

[٥] (٢√٣ − ٢)^٢

الحل

ثالثاً المقسوم الجذر في مقامه

[1] $\frac{٩}{\sqrt{٣}}$ = ...

[2] $\frac{٣}{\sqrt{٢}}$ = ...

[3] $\frac{٥}{٣\sqrt{٥}}$ = ...

[4] المعكوس الجمعي للعدد $\frac{٦}{\sqrt{٢}}$ هو ....

[$-٢\sqrt{٣}$ ، $٢\sqrt{٣}$ ، $-٣\sqrt{٢}$ ، $٣\sqrt{٢}$]

[5] المعكوس الضربي للعدد $\sqrt{٥}$ هو ....

[-٥ ، $\frac{١}{٥}$ ، $\frac{٥}{\sqrt{٥}}$ ، $\frac{\sqrt{٥}}{٥}$]

[6] المعكوس الضربي للعدد $\frac{\sqrt{٢}}{٦}$ هو ....

[$\sqrt{٣}$ ، $٣\sqrt{٢}$ ، $\sqrt{٦}$ ، $\frac{\sqrt{٢}}{٢}$]

[7] معكوس الجمعي للعدد $١ - \sqrt{٢}$ هو ....

العمليات على الجذور التربيعية

ضع في أبسط صورة

[1] $\sqrt{٨}$ = ...

[2] $\sqrt{١٨}$ = ...

[3] $\sqrt{٢٠}$ = ...

[4] $\sqrt{٥٠}$ = ...

[5] $\sqrt{٢٧}$ = ...

[6] $\sqrt{٤٥}$ = ...

[7] $\sqrt{٧٥}$ = ...

ضع في أبسط صورة

صمم جد أجرأ مرة

[1] $\sqrt{٤٥} - ٣\sqrt{٢٠} + ٢\sqrt{٥}$

الحل

[2] $٢\sqrt{١٨} + \sqrt{٥٠} - ١٢\sqrt{\frac{١}{٢}}$

الحل

[3] $\sqrt{٧٥} - ٢\sqrt{٢٧} + \sqrt{٣}$

الحل

[4] $٢\sqrt{٥٠} - ٣\sqrt{٢} - ٤\sqrt{\frac{١}{٨}}$

الحل

[5] $\sqrt{٢٧} + ٥\sqrt{١٨} - \sqrt{٣٠٠}$

الحل

العددان المترافقان

العدد $(\sqrt{أ} + \sqrt{ب})$ مرافقه $(\sqrt{أ} - \sqrt{ب})$

مجموعهم = ضعف الحد الأول = $2\sqrt{أ}$

ضربهم = مربع الحد الأول − مربع الحد الثاني

$(\sqrt{أ})^2 - (\sqrt{ب})^2 = أ - ب$

ملحوظة: حاصل ضرب العددين المترافقين دائماً عدد نسبي

سؤال 1: أكمل

1) العدد $\sqrt{2} + \sqrt{5}$ مرافقه ....
مجموعهم .... حاصل ضربهم ....

2) العدد $3 - \sqrt{7}$ مرافقه ....
مجموعهم .... حاصل ضربهم ....

3) العدد $\sqrt{5} + \sqrt{3}$ مرافقه ....
مجموعهم .... حاصل ضربهم ....

سؤال 2: ضع المقدار في أبسط صورة

1) $\frac{4}{\sqrt{6} - \sqrt{3}} =$

2) $\frac{4}{2 - \sqrt{2}} =$

3) $\frac{12}{\sqrt{6} - \sqrt{2}} =$

سؤال 3: إذا كانت

س = $\frac{2}{\sqrt{5} - \sqrt{3}}$ ، ص = $\sqrt{5} - \sqrt{3}$

1) أثبت أن س ، ص عددان مترافقان

2) احسب قيمة $\frac{س + ص}{س ص}$

3) احسب قيمة $(س - ص)^2$

الحل

سؤال 4: إذا كانت

أ = $\frac{4}{\sqrt{7} + \sqrt{3}}$ ، ب = $\sqrt{7} + \sqrt{3}$

1) أثبت أن أ ، ب عددان مترافقان

2) أوجد قيمة $أ^2 + 2أب + ب^2 \Leftarrow (أ + ب)^2$

3) أوجد قيمة $\frac{أ + ب}{1 - أب}$

الحل

العمليات على الجذور التكعيبية

تذكر 8 ، 27 ، 64 ، 125 ، 216 ، ......

ضع في أبسط صورة

[١] $\sqrt[3]{16}$ = ...

[٢] $\sqrt[3]{-24}$ = ...

[٣] $\sqrt[3]{81}$ = ...

[٤] $\sqrt[3]{54}$ = ...

[٥] $\sqrt[3]{72}$ = ...

[٦] $\sqrt[3]{128}$ = ...

أختصر لأبسط صورة

[١] $\sqrt[3]{24} + \sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{81}$

الحل

[٢] $\sqrt[3]{54} + 6\sqrt[3]{16} - 6\sqrt[3]{\frac{1}{4}}$

الحل

[٣] $\sqrt[3]{81} + \sqrt{12} - 2\sqrt[3]{3} - 2\sqrt{3}$

الحل

[١١]

مثال ٥ إذا كانت $س = \frac{4}{\sqrt{7} - \sqrt{3}}$ ، $ص = \frac{4}{\sqrt{7} + \sqrt{3}}$



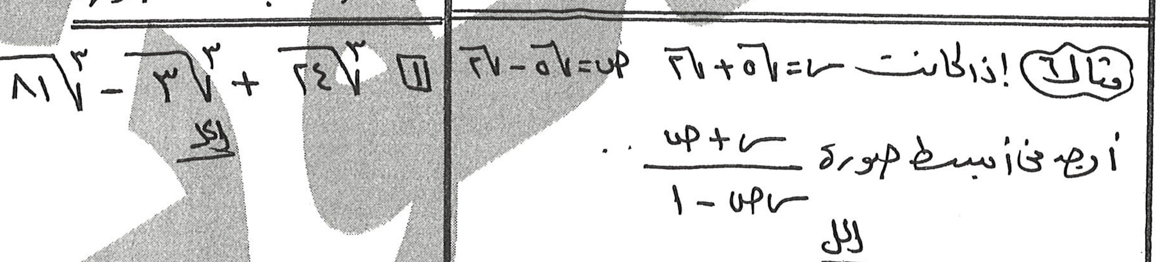
أحسب قيمة س ص؟

الحل

مثال ٦ إذا كانت $س = \sqrt{5} + \sqrt{2}$ ، $ص = \sqrt{5} - \sqrt{2}$

أوجد في أبسط صورة $\frac{س + ص}{س ص - 1}$ ..

الحل



مثال ٧ إذا كانت $س = \sqrt{3} + \sqrt{2}$ ، $ص = \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$

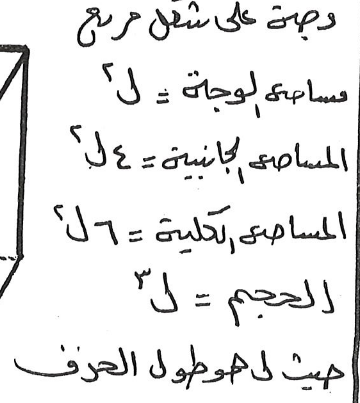
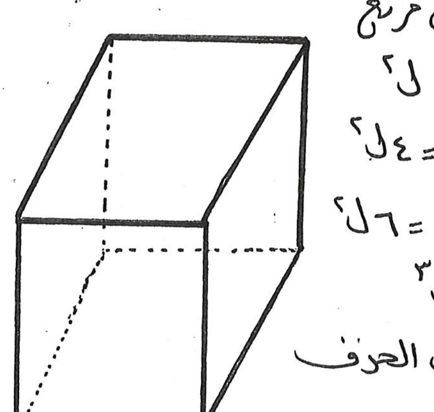
أثبت أن س ، ص عددان مترافقان

ثم أوجد قيمة $(س + ص)^2$

الحل

تطبيقات على الأعداد الحقيقية

١) المكعب: له ٨ رؤوس و ١٢ حرف و ٦ أوجه كل وجه على شكل مربع

مساحة الوجه = $ل^2$

المساحة الجانبية = $٤ل^2$

المساحة الكلية = $٦ل^2$

الحجم = $ل^3$

حيث ل هو طول الحرف

مثال ١) مكعب طول حرفه ٣ سم أوجد

١) المساحة الجانبية = ...

٢) المساحة الكلية = ...

٣) الحجم = ...

مثال ٢) مكعب حجمه ١٢٥ $سم^3$ أوجد

١) مساحته الجانبية = ...

٢) مساحته الكلية = ...

مثال ٣) مكعب مساحته الجانبية ١٤٤ $سم^2$ أوجد

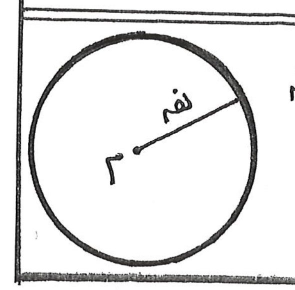
١) حجمه = ...

٢) مساحته الكلية = ...

مثال ٤) مكعب مجموع حروفه ٤٨ سم أوجد

الحجم = ...

٢) الدائرة طول نصف قطرها نق



محيط الدائرة = ٢ ط نق

مساحة الدائرة = ط $نق^2$

١٢

٤) $٢\sqrt[3]{٥٤} - ٥\sqrt[3]{٢} + \sqrt[3]{١٦}$

الحل

٥) أثبت أن: (هام جداً)

$\sqrt[3]{١٢٨} + \sqrt[3]{١٦} - ٢\sqrt[3]{٥٤} =$ صفر

الحل

٦) $\sqrt[3]{٨١} + \sqrt[3]{-٢٤} - ٣\sqrt[3]{\frac{١}{٩}}$

الحل

٧) $\sqrt[3]{٥٤} + ٥\sqrt[3]{١٦} + ٨\sqrt[3]{-\frac{١}{٤}}$

الحل

٨) $\sqrt[3]{٥} + \sqrt[3]{٥} =$ ......

٩) $٢\sqrt[3]{٢} + \sqrt[3]{١٦} =$ ......

١٠) $\sqrt[3]{٥٤} + \sqrt[3]{-٢} =$ ......

١١) $\sqrt[3]{٥٤} - \sqrt[3]{-١٦} = \sqrt[3]{......}$

مثال ١ دائرة طول نصف قطرها ٥ م

أوجد ١ محيطها = ...

٢ مساحتها = ...

مثال ٢ دائرة محيطها ٤٤ م أوجد مساحتها؟

الحل

مثال ٣ دائرة مساحتها ٣٨٫٥ م² أوجد طول قطرها؟

الحل

مثال ٤ دائرة طول قطرها ١٤ م أوجد

١ محيطها = ...

٢ مساحتها = ...

٣ متوازي المستطيلات

له ٨ رؤوس

١٢ حرف

٦ أوجه كل وجه منها على شكل مستطيل

المساحة الجانبية = محيط القاعدة × الارتفاع

المساحة الكلية = المساحة الجانبية + ٢ × مساحة القاعدة

الحجم = مساحة القاعدة × الارتفاع

مثال متوازي مستطيلات أبعاده ٣ ، ٤ ، ٥ سم

أوجد

١ مساحته الجانبية =

٢ مساحته الكلية =

٣ الحجم =

مثال متوازي مستطيلات قاعدته مربعة الشكل طول ضلعها ٥ سم وارتفاعه ٤ م

أوجد ١ المساحة الجانبية =

٢ المساحة الكلية =

٣ الحجم =

٤ الأسطوانة قاعدتها على شكل دائرة

١ مساحتها الجانبية = محيط القاعدة × الارتفاع

= ٢ ط نق ع

٢ مساحتها الكلية = المساحة الجانبية + ٢ × مساحة القاعدة

= ٢ ط نق ع + ٢ ط نق²

٣ الحجم = مساحة القاعدة × الارتفاع

= ط نق² × ع



14

مثال ١ أسطوانة دائرية قائمة ارتفاعها ١٠ سم وطول نصف قطر قاعدتها ٤ سم أوجد

[١] مساحتها الجانبية =

[٢] الحجم =

مثال ٢ أسطوانة دائرية قائمة ارتفاعها ٣ سم طول نصف قطر قاعدتها ٥ سم أوجد

[١] مساحتها الجانبية

[٢] الحجم

مثال ٣ أسطوانة دائرية قائمة ارتفاعها ١٠ سم وحجمها ١٥٤٠ سم^3 أوجد طول قطر قاعدتها

الحل

مثال ٤ أسطوانة دائرية قائمة ارتفاعها ١٠ سم وحجمها ٩٠ ط سم^3 أوجد مساحتها الجانبية

الحل

مثال ٥ أيهما أكبر حجماً

أسطوانة دائرية قائمة نق = ٧ سم ، ع = ١٠ سم

أم مكعب طول حرفه ١١ سم

الحل

مثال ٦ إذا كان ارتفاع أسطوانة دائرية قائمة يساوى طول نصف قطر قاعدتها أوجد ارتفاع الأسطوانة علماً بأن حجمها ٧٢ ط سم^3

الحل

[٤] الكرة

طول نصف قطرها نق

مساحتها = ٤ ط نق^2

حجمها = $\frac{4}{3}$ ط نق^3

مثال ١ كرة طول نصف قطرها ٥ سم أوجد

[١] مساحتها =

[٢] حجمها =

مثال ٢ كرة مساحتها ٣٦ ط سم^2 أوجد حجمها

الحل

حل متباينات الدرجة الأولى في متغير واحد في ح

أوجد في ح مجموعة حل المتباينات :

١) ٢ س − ٣ ≥ ٧ ومثل الحل على خط الأعداد

الحل

٢) ٣ س − ٧ > ٥

الحل

٣) ٣ س − ١ < ٩

٤) ٢ − ٢ س ≥ −٦

الحل

مثال ٣ : كرة حجمها ٤١٨٨,٤ م³ أوجد نصف ...

الحل

مثال ٤ : كرة حجمها ٥٦٢,٥ π سم³ أوجد طول قطرها

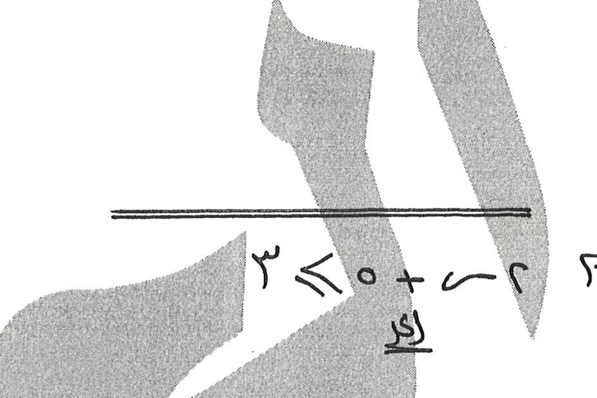
الحل

مثال ٥ : كرة معدنية طول قطرها ٦ سم صُهرت وحولت إلى أسطوانة دائرية قائمة طول نصف قطر قاعدتها ٣ سم أوجد ارتفاع الأسطوانة

الحل

٥) ١ − ٥ س < ٦

الحل



٦) س + ٥ ≤ ٣

الحل

٧) س − ٢ ≤ ٣س − ٥

الحل

٨) −٣ < ٢س − ١ ≤ ٥

الحل

٩) −١ ≤ ٢س + ٣ < ١١

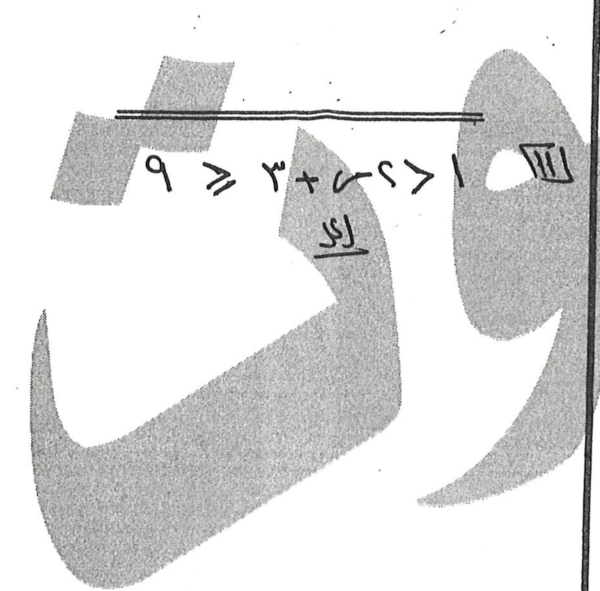
الحل

١٠) −٥ ≤ ٢س − ٣ ≤ ١

الحل

١١) ١ < ٢س + ٣ ≤ ٩

الحل



١٢) إذا كانت س ∈]٣ ، ∞[فإن ....

(أ) س > ٣   (ب) س ≥ ٣   (جـ) س < ٣   (د) س ≤ ٣

١٣) مجموعة حل المتباينة س > ٧ في ح هي ....

(أ)]−٧ ، ∞[(ب) [٧ ، ∞[(جـ)]٧ ، ∞[

١٤) مجموعة حل المتباينة −١ < س ≤ ٥ في ح هي ....

(أ)]−١ ، ٥]   (ب) {−١ ، ٥}   (جـ) [−١ ، ٥[

١٥) مجموعة حل المتباينة −س < ٣ في ح هي ....

(أ) {−٣}   (ب)]٣ ، ∞[(جـ)]−∞ ، −٣[

[17]

مثال أوجد في ح مجموعة حل المعادلة

$\sqrt{3}$ س − ١ = ٢ وضع الحل على خط الأعداد

الحل

مثال بين على خط الأعداد النقاط التي تمثل مجموعة حل

$\sqrt{5}$ س − ١ = ٤ الحل

أكمل

[1] مجموعة حل المتباينة س ≥ ٣ في ح هي ....

[2] مجموعة حل المتباينة ٣ س > ٦ في ح هي ....

[3] مجموعة حل المعادلة س² + ٩ = ٠ هي ....

[4] $\sqrt{7}$ ..... ٣ [> ، < ، = ، ≥]

[5] مربع طول ضلعه $\sqrt{5}$ سم تكون مساحته = ... سم²

[6] مجموعة حل المعادلة س² + ٤ = ٠ هي ....

[7] مجموعة حل في ح للمعادلة $\sqrt{2}$ س − ١ = ٣

هي ....

[8] مجموعة حل المتباينة س < ٠ في ح هي ......

* ح+ * ح− * ح * ∅

العلاقة بين متغيرين

الزوج المرتب (س ، ص)

يعبر عن نقطة في المستوى

الإحداثي

لاحظ النقطة

(٢ ، ٤) س = ٢

ص = ٤

(٢ ، ٤) ≠ (٤ ، ٢)

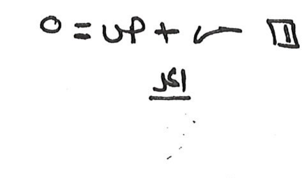
مثال ١ أوجد ثلاثة أزواج مرتبة تحقق العلاقة

[1] س + ص = ٥

الحل

[2] ٢س + ص = ٨

الحل



مثال ٢ إذا كان (−٢ ، ١) يحقق العلاقة

٣ س + ب ص = ١ أحسب قيمة ب

الحل

مثال ٣ إذا كان (٣ ، ٦) تحقق العلاقة

ص = ك س أحسب ك

الحل

مثال ٤ إذا كان (-١، ٥) يحقق العلاقة
٣س + ك ص = ٧ أحسب قيمة ك

الحل

مثال ٥ إذا كان (ك، ٢ك) يحقق العلاقة
٥س - ص = ٦ أحسب قيمة ك

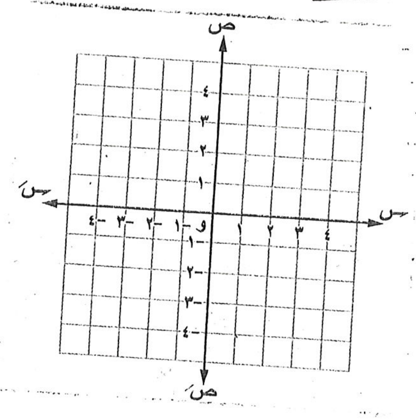
الحل

مثال ٦ إذا كان (ك، ٢ك) تحقق العلاقة
س + ص = ١٥ أوجد قيمة ك

الحل

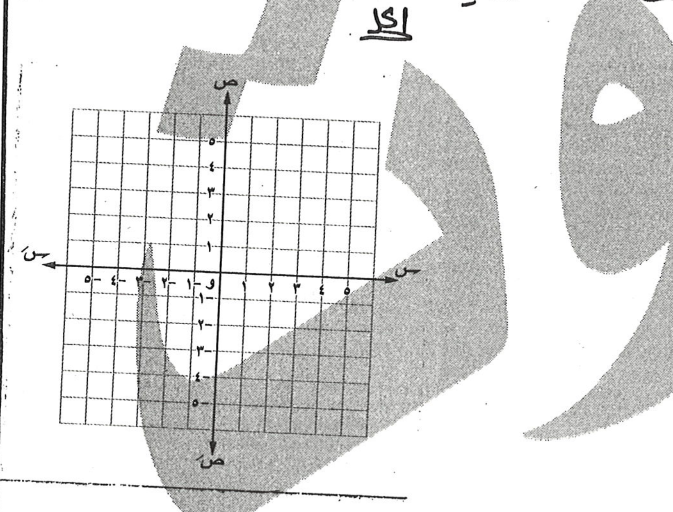
مثال ٧ مثل بيانياً العلاقة ٢س + ص = ٤

الحل



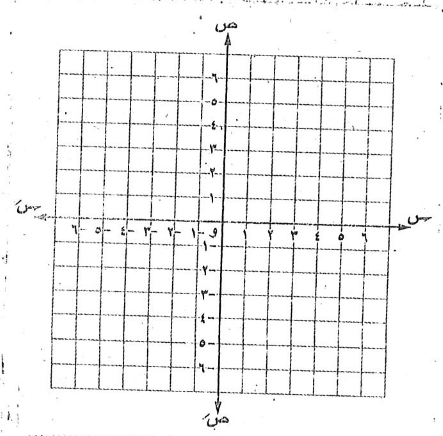
مثال ٨ مثل بيانياً العلاقة ص - ٣س = ١

الحل



مثال ٩ مثل بيانياً العلاقة ص = س + ٣

الحل



١٩

ميل الخط المستقيم

ميل الخط المستقيم المار بالنقطتين

أ (س١ ، ص١) ، ب (س٢ ، ص٢)

الميل = $\frac{ص١ - ص٢}{س١ - س٢}$ = $\frac{\text{فرق الصادات}}{\text{فرق السينات}}$

مثال ١ أوجد ميل الخط المستقيم المار بالنقطتين

أ (٢ ، ٤) ب (٤ ، ٥)

ميل أب = ـــــــ =

مثال ٢ أوجد ميل الخط المستقيم المار بالنقطتين

أ (١ ، ٣) ب (٤ ، ٢)

ميل أب =

مثال ٣ أوجد ميل الخط المستقيم المار بالنقطتين

س (-٢ ، -٣) ص (-٤ ، ١)

ميل س ص = ـــــــ =

مثال ٤ أوجد ميل الخط المستقيم المار بالنقطتين

س (٣ ، ١١) ص (-١ ، ١٠)

ميل س ص = ـــــــ

مثال ٥ أثبت أن النقاط أ (٢ ، ٣) ب (٤ ، ٢) ج (٨ ، ٠) تقع على استقامة واحدة

الحل

مثال ٦ أثبت أن النقاط

أ (١ ، ١) ب (٢ ، ٣) ج (-٣ ، -٣)

تقع على استقامة واحدة

الحل

مثال ٧ أثبت أن النقاط

أ (٤ ، -٣) ب (-٦ ، ٧) ج (٥ ، -٤)

تقع على استقامة واحدة

الحل

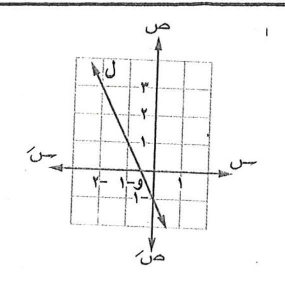
مثال ٧ أوجد ميل المستقيم $\overleftrightarrow{أب}$ حيث

أ (-١ ، ٣) ب (٢ ، ٥) هل النقطة ج (٨ ، ١١) ∈ $\overleftrightarrow{أب}$

الحل

مثال ٨ في الشكل المقابل

أوجد ميل المستقيم ل



مثال ٩ الشكل المقابل يوضح سيارة تحركت من م الى ب

ف المسافة بالكم ، ن الزمن بالساعات أوجد

١) سرعة السيارة

٢) المسافة التي تبعدها السيارة بعد مرور ٣ ساعات من بداية الحركة

الحل

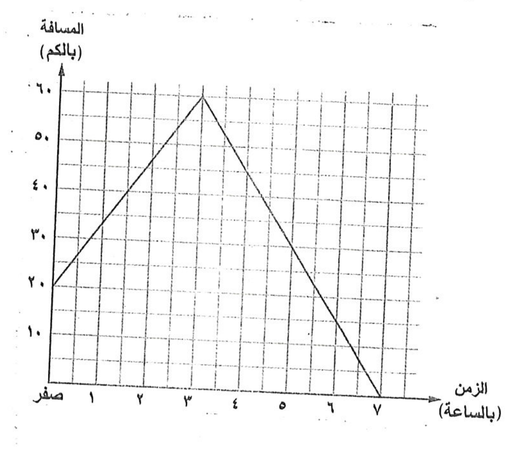
ف (بالكيلومتر)
ن (بالساعة)
صفر ١ ٢ ٣ ٤

مثال ١٠ الشكل المقابل يمثل حركة دراجة

١) أوجد سرعتها خلال الثلاث ساعات الأولى

٢) أوجد سرعتها خلال الأربع ساعات التالية

٣) أوجد المسافة الكلية التي تحركتها الدراجة



الإحصاء

من مقاييس النزعة المركزية

الوسط الحسابي ، الوسيط ، المنوال

١) الوسط الحسابي

الوسط الحسابي = $\frac{\text{مجموع القيم}}{\text{عدد القيم}}$

أكمل

١) الوسط الحسابي للقيم ٥ ، ١٢ ، ١٧ ، ٦ هو ....

٢) الوسط الحسابي للقيم ٣ ، ٤ ، ٧ ، ٦ هو ....

٣) الوسط الحسابي للقيم ٨ ، ٦ ، ٣ ، ٧ ، ١٢ هو ....

٤) الوسط الحسابي للقيم ٦ ، ٥ ، ٢ ، س هو ٥ فإن س = ...

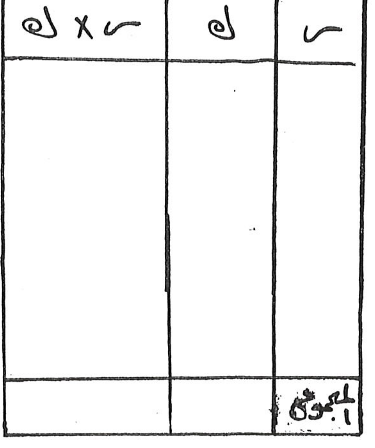
٥) الوسط الحسابي للقيم ٤ ، ٦ ، ٨ ، س هو ٥ فإن ٢س = ...

مثال ١١ من الجدول التكراري الآتي أحسب الوسط الحسابي :

المجموعات	١٠-	٢٠-	٣٠-	٤٠-	٥٠-	المجموع
التكرار	٤	٥	٨	٧	٦	٣٠

الحل

مركز المجموعة = $\frac{\text{الحد الأدنى + الحد الأعلى}}{2}$



مركز المجموعة س	التكرار ك	س × ك
المجموع		

الوسط = ———

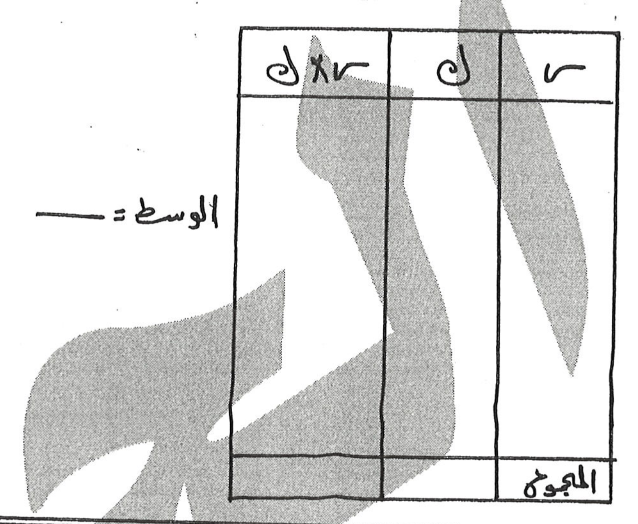
= ......


[٢]

مثال ٢ أوجد الوسط الحسابي

المجموعات	١-	٣-	٥-	٧-	٩-	المجموع
التكرار	٤	٦	٨	٧	٥	٣٠

الحل



س	ك	س × ك
المجموع		

الوسط = ——

مثال ٣ أوجد قيمة ك ، ع ثم احسب الوسط الحسابي

المجموعات	٥-	١٥-	ع	٣٥-	٤٥-	المجموع
التكرار	٤	٥	٦	ك	٢	٣٠

مثال ٤ أوجد الوسط الحسابي

المجموعات	١٥-	٢٥-	٣٥-	٤٥	٥٥	المجموع
التكرار	٣	٥	٧	٤	١	٢٠

مثال ٥ أوجد الوسط الحسابي

المجموعات	١٠-	٢٠-	٣٠-	٤٠-	٥٠-	المجموع
التكرار	١٠	٢٠	٢٥	٣٠	١٥	١٠٠

[٣] المنوال: هو القيمة الأكثر شيوعاً أو تكراراً

مثال ١ أكمل

[١] المنوال لمجموعة القيم ٢ ، ٣ ، ١ ، ٥ ، ٢ هو ------

[٢] المنوال للقيم ٣ ، ٤ ، ١ ، ٥ ، ٤ ، ٤ هو -----

[٣] المنوال للقيم ٧ ، ٦ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٧ ، ٣ ، ٧ هو ----

[٤] إذا كان المنوال للقيم ٢ ، ٣ ، ٥ ، م هو ٢ فإن م = -------

[٥] إذا كان المنوال للقيم ٤ ، ٥ ، م ، م+٣ ، ٢ ، ٣ هو ٤ فإن م = -----

[٦] إذا كان المنوال للقيم ٣ ، ٤ ، ٢ ، ٢م هو ٤ فإن م = ----

[٧] إذا كان المنوال للقيم ٦ ، ٢ ، ٦ ، م-٢ هو ٦ فإن م = ----

مثال ١ أوجد المنوال للتوزيع التكراري

المجموعات	٢-	٤-	٦-	٨-	١٠-	المجموع
التكرار	٣	١٠	١٢	١٠	٥	٤٠

التكرار

المجموعات

مثال ٢ أوجد الدرجة المنوالية

المجموعات	١٠-	٢٠-	٣٠-	٤٠-	٥٠-	المجموع
التكرار	١٦	٢٤	٣٠	٢٠	١٠	١٠٠

مثال ٣ أوجد المنوال للتوزيع التكراري

المجموعات	-٣٠	-٤٠	-٥٠	-٦٠	-٧٠	-٨٠	المجموع
التكرار	٣	٤	١٢	٨	٧	٦	٤٠

٣ الوسيط

رتب تصاعدي تنازلي
خذ اللي في النص

١ الوسيط للقيم ٢٧، ٤٥، ١٩، ٢٤، ١٨
هو ....

٢ الوسيط للقيم ٣، ٢، ٥، ١، ٧، ٤
هو ....

٣ ترتيب الوسيط للقيم ٤، ٣، ٢، ١، ٥
هو ....

٤ إذا كان ترتيب الوسيط هو الخامس فإن
عدد القيم ....

٥ إذا كان ترتيب الوسيط هو العاشر فإن
عدد القيم ....

مثال باستخدام المنحنى التكراري الصاعد أو النازل
أوجد الوسيط للتوزيع

المجموعات	-٤	-٨	-١٢	-١٦	-٢٠	المجموع
التكرار	٢	٤	٨	٦	٤	٢٤

التكرار
١٠
٨
٦
٤
٢
٤ ٨ ١٢ ١٦ ٢٠ ٢٤

الحدود	التكرار المتجمع
....	....
....	....
....	....
....	....
....	....
....	....
....	....

ترتيب الوسيط =

الوسيط = ... تقريباً

مثال باستخدام المنحنى التكراري الصاعد أو الهابط
أوجد الوسيط

المجموعات	-٢٠	-٣٠	-٤٠	-٥٠	-٦٠	-٧٠	المجموع
التكرار	١٠	١٥	٢٢	٢٥	٢٠	٨	١٠٠

الحدود	التكرار ......

ترتيب الوسيط =

الوسيط = ...

مثال باستخدام المنحنى التكراري الصاعد أو النازل
أوجد الوسيط

المجموعات	-٥	-١٥	٢٥	-٣٥	-٤٥	المجموع
التكرار	٣	٤	٧	٤	٢	٣٠

الحدود	التكرار ......

ملحوظة نقطة تقاطع المنحنيين المتجمعين
الصاعد والهابط تعين فقط ...... على محور
المجموعات

الهندسة

متوسطات المثلث

متوسط المثلث : هو القطعة المستقيمة المرسومة من أي رأس من رؤوس المثلث إلى منتصف الضلع المقابل لهذا الرأس

∵ د منتصف ب ح ∴ أ د متوسط

∵ هـ منتصف أ ب ∴ ح هـ متوسط

∵ و منتصف أ ح ∴ ب و متوسط

ملحوظة: أي مثلث له ٣ متوسطات

نظرية ١: متوسطات المثلث تتقاطع جميعاً في نقطة واحدة وهي م

نظرية ٢: نقطة تقاطع متوسطات المثلث تقسم كلاً منها بنسبة ١ : ٢ من جهة القاعدة وبنسبة ٢ : ١ من جهة الرأس

مثال ١ في كل الأشكال الآتية

أ د ، ح هـ متوسطان تقاطعا في م

(٦ سم ، ٤ سم)

م د = ... سم

م هـ = ... سم

أ م = ... أ د

هـ م = ... هـ ح

أ د ، ب و ، ح هـ ثلاث متوسطات تقاطعا في م

أ د = ٩ سم ، ح هـ = ١٢ سم

ب و = ١٥ سم

ب م = ... ، م و = ...

هـ م = ... ، م ح = ...

أ م = ... ، م د = ...

مثال ٢ في الشكل المقابل

ب ح = ٢٠ سم ، ب هـ = ١٥ سم

م ح = ٤ سم

د هـ = ... سم

م هـ = ... سم

م د = ... سم

م د = ... د ح

مثال ٣ في الشكل المقابل

(٦ سم ، ٨ سم ، ٣ سم)

م أ = ... سم

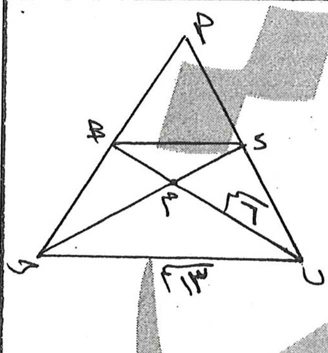
م د = ... سم

أ د = ... سم

م هـ = ... أ هـ

م ح = ... ح د

مثال ٤ في الشكل المقابل



أ ب ح مثلث فيه ح د ، ب هـ متوسطان تقاطعا في م

م ب = ٦ سم ، ب ح = ١٣ سم

ح د = ١٢ سم

أوجد محيط Δ د م هـ

الحل

[٢]

مثال ٥ في الشكل المقابل

أ ب جـ مثلث ، د منتصف $\overline{ب جـ}$

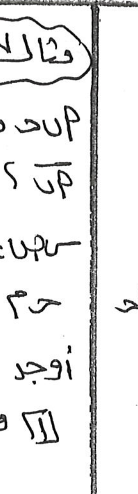
هـ منتصف $\overline{أ جـ}$ تقاطعا في م

أ د = ٦ سم ، ب هـ = ٩ سم

أوجد محيط △ م د هـ

الحل

مثال ٧ في الشكل المقابل



أ ب جـ مثلث س ، ص منتصفا

$\overline{أ ب}$ ، $\overline{ب جـ}$ على الترتيب

س ص = ٣ سم ، أ ص = ٤ سم

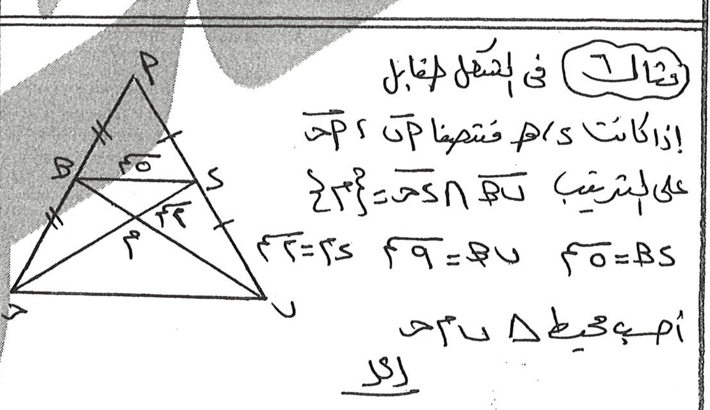
جـ م = ٦ سم

أوجد

[١] محيط △ م س ص

[٢] محيط △ م أ جـ

الحل



مثال ٦ في الشكل المقابل

إذا كانت د ، هـ منتصفا $\overline{أ ب}$ ، $\overline{أ جـ}$

على الترتيب $\overline{ب هـ}$ ∩ $\overline{د جـ}$ = {م}

د هـ = ٥ سم ، ب هـ = ٩ سم ، م د = ٣ سم

أوجد محيط △ ب م جـ

الحل

مثال ٨ في الشكل المقابل

أ ب جـ د متوازي أضلاع تقاطع

قطراه في م و ∈ $\overline{ب م}$

حيث ب و = ٢ و م

أثبت أن ب هـ = هـ جـ

أو أثبت أن $\overline{أ هـ}$ متوسط

الحل

٣

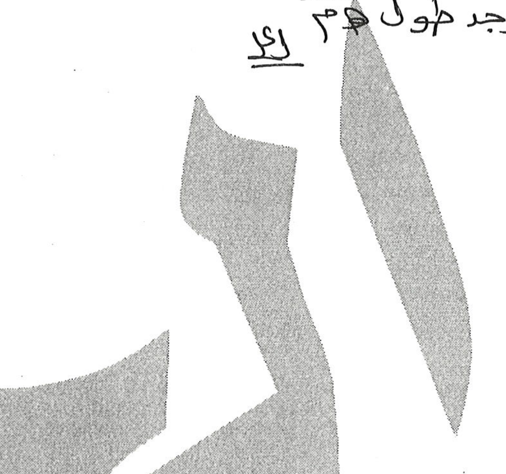
مثال ٩ أ ب حـ مثلث ، د منتصف ب حـ

م ∈ أد بحيث أم = ٢ م د ، رسم حـ م

تقطع أب في هـ إذا كان هـ حـ = ١٢ سم

أوجد طول هـ م

الحل



مثال ١٠ أكمل

1. متوسط المثلث هو ....
2. عدد متوسطات المثلث المنفرج الزاوية ....
3. عدد متوسطات المثلث الحاد الزوايا ....
4. عدد متوسطات المثلث القائم الزاوية ....
5. متوسطات المثلث تتقاطع في ....
6. نقطة تقاطع متوسطات المثلث تقسم كلاً منها بنسبة ... : ...... من جهة القاعدة
7. نقطة تقاطع متوسطات المثلث تقسم كلاً منها بنسبة ...... : ...... من جهة الرأس
8. نقطة تقاطع متوسطات المثلث تقسم كلاً منها بنسبة ٦ : ... من جهة الرأس
9. نقطة تقاطع متوسطات المثلث تقسم كلاً منها بنسبة ١,٥ : ... من جهة الرأس
10. نقطة تقاطع متوسطات المثلث تقسم كلاً منها بنسبة ٤ : ... من جهة القاعدة.

نظرية ٣ طول المتوسط الخارج من رأس القائمة في المثلث القائم = ½ طول الوتر

مثال ١ في الشكل المقابل

ب د = ...

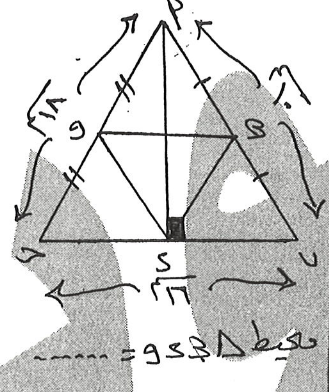
ب د = ...

أ م = ...

م ب = ...

مثال ٢ في الشكل المقابل

أ حـ = ... سم



محيط Δ هـ د و = ...

مثال ٣ في الشكل المقابل

Δ أ ب حـ قائم في ب

ن منتصف أحـ

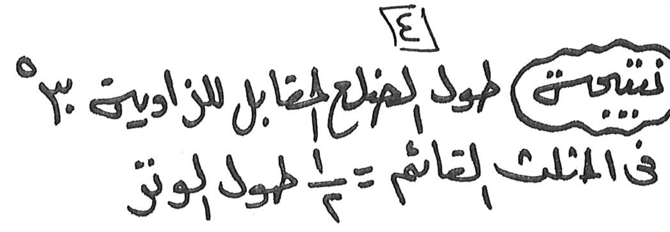
هـ منتصف أد

و منتصف د حـ

برهن أن

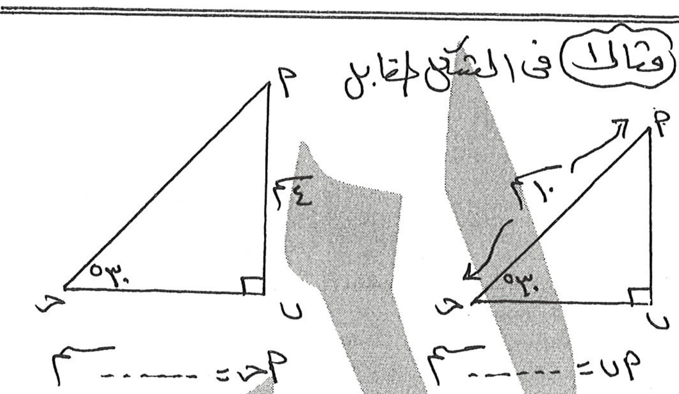
ب ن = هـ و

الحل



نتيجة: طول الضلع المقابل للزاوية ٣٠° في المثلث القائم = $\frac{1}{2}$ طول الوتر

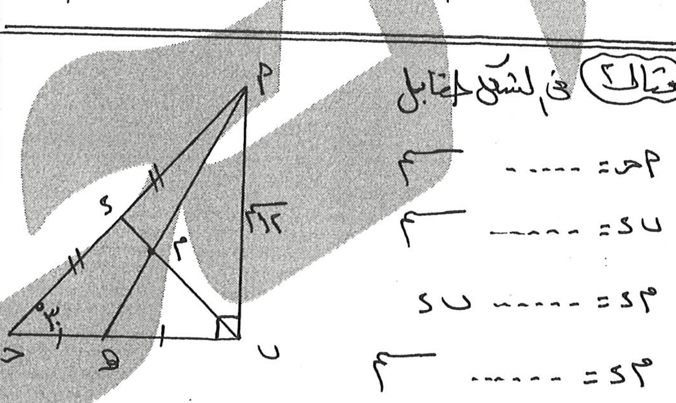
مثال ١: في الشكل المقابل



أج = ... سم

أب = ... سم

مثال ٢: في الشكل المقابل



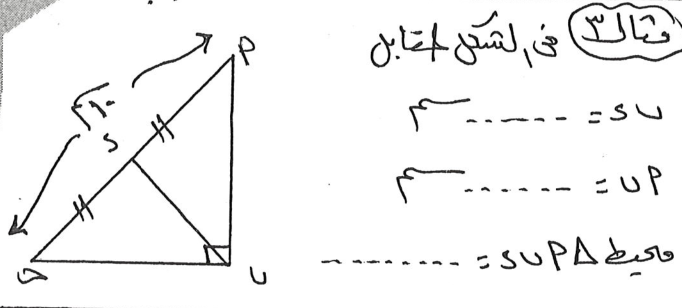
أج = ... سم

ب د = ... سم

م د = ... ب د

م د = ... سم

مثال ٣: في الشكل المقابل



ب د = ... سم

أب = ... سم

محيط △أب د = ...

مثال ٤: في الشكل المقابل

س ص ع مثلث قائم في ص

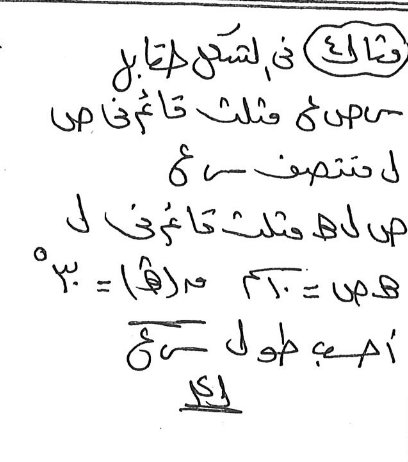
ل تنتصف س ع

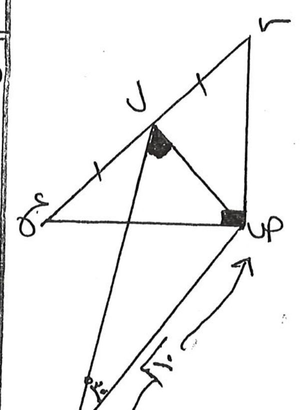
ص ل هـ مثلث قائم في ل

ص هـ = ١٠ سم ، ق(∠هـ) = ٣٠°

أحسب طول س ع

الحل





مثال ٥: في الشكل المقابل

△أب ج قائم في ب

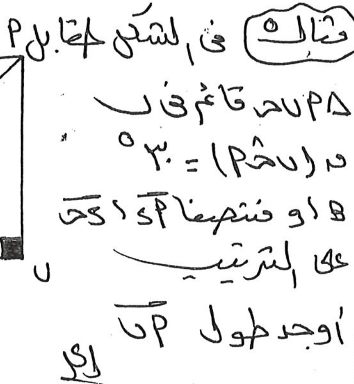
ق(∠ب ج أ) = ٣٠°

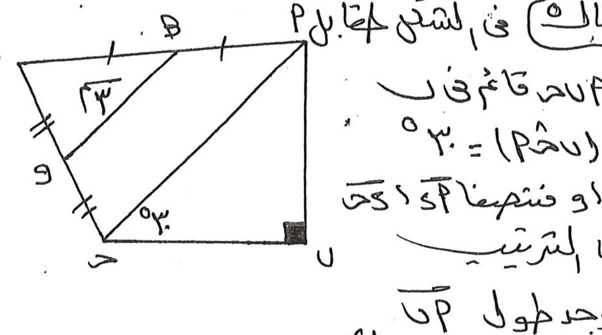
هـ ، و تنتصفا أد ، د ج

على الترتيب

أوجد طول أب

الحل





مثال ٦: في الشكل المقابل

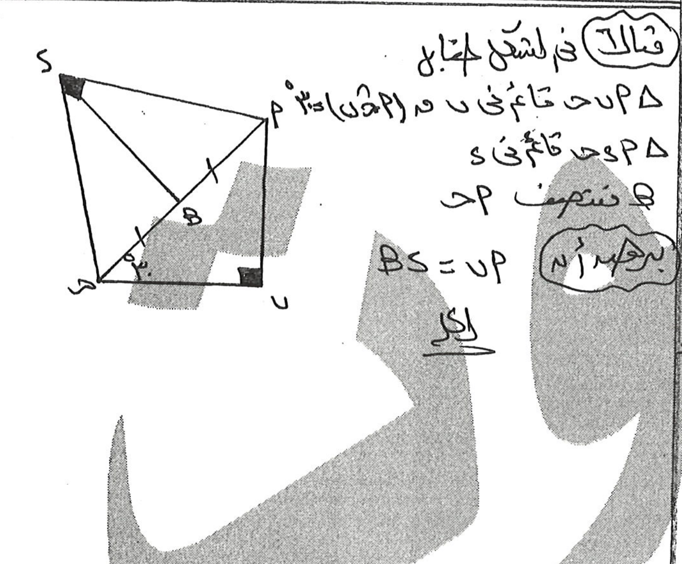
△أب ج قائم في ب ق(∠أج ب) = ٣٠°

△أد ج قائم في د

هـ تنتصف أج

برهن أن: أب = د هـ

الحل



مثال ٧: في الشكل المقابل

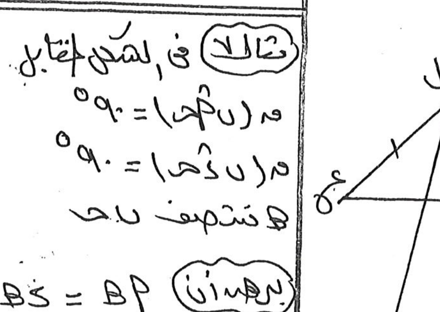
ق(∠ب أ ج) = ٩٠°

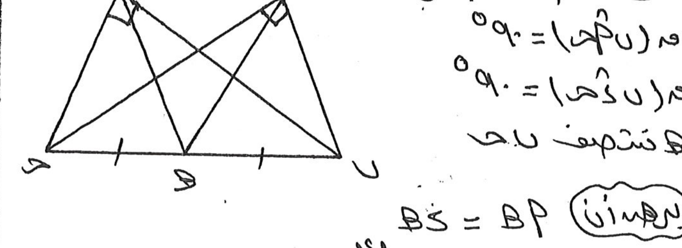
ق(∠ب د ج) = ٩٠°

هـ تنتصف ب ج

برهن أن: أهـ = د هـ

الحل





مثال (١١) أكمل

[١] طول الضلع المقابل للزاوية ......° في المثلث القائم = ½ طول الوتر

[٢] طول المتوسط الخارج من رأس الزاوية القائمة في المثلث القائم = ...

[٣] طول الوتر في المثلث القائم = ... من الضلع المقابل للزاوية ٣٠°

[٤] طول الضلع المقابل للزاوية ٣٠ في المثلث القائم = ...

[٥] إذا كان طول المتوسط الخارج من رأس زاوية في Δ تساوي نصف طول الضلع المقابل لهذه الرأس فإن الزاوية تكون ....

[٥]

مثال (٨) في الشكل المقابل

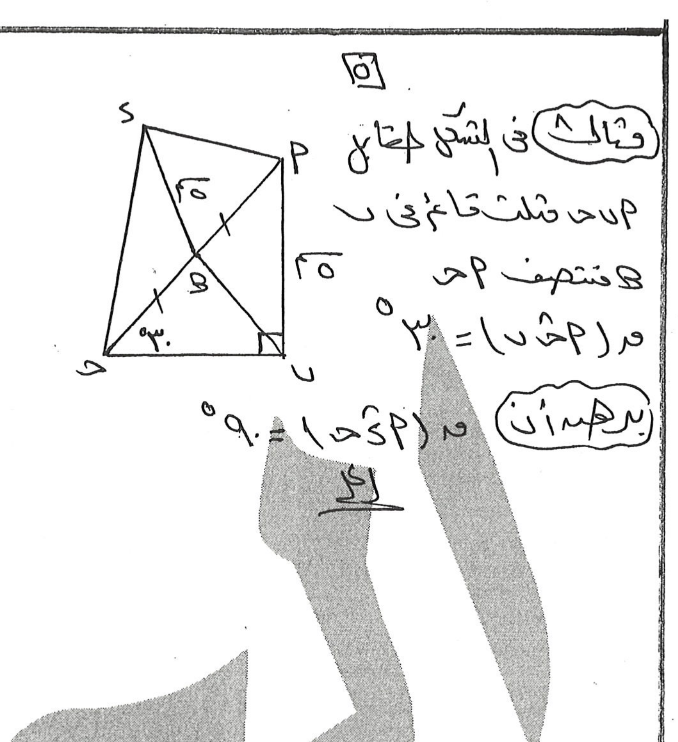
أ ب جـ مثلث قائم في ب

هـ منتصف أ جـ

ق (∠ أ جـ ب) = ٣٠°

برهن أن ق (∠ أ د جـ) = ٩٠°

الحل



مثال (٩) في الشكل المقابل

أ ب جـ مثلث قائم في ب

د منتصف أ جـ

د هـ ⊥ ب جـ ، أ ب = ٦ سم

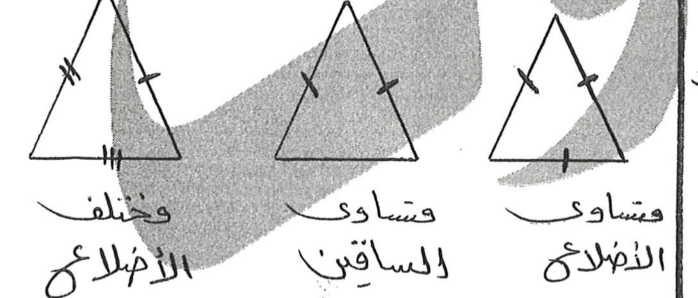
ق (∠ جـ) = ٣٠°

أوجد طول ب د ، د هـ

الحل

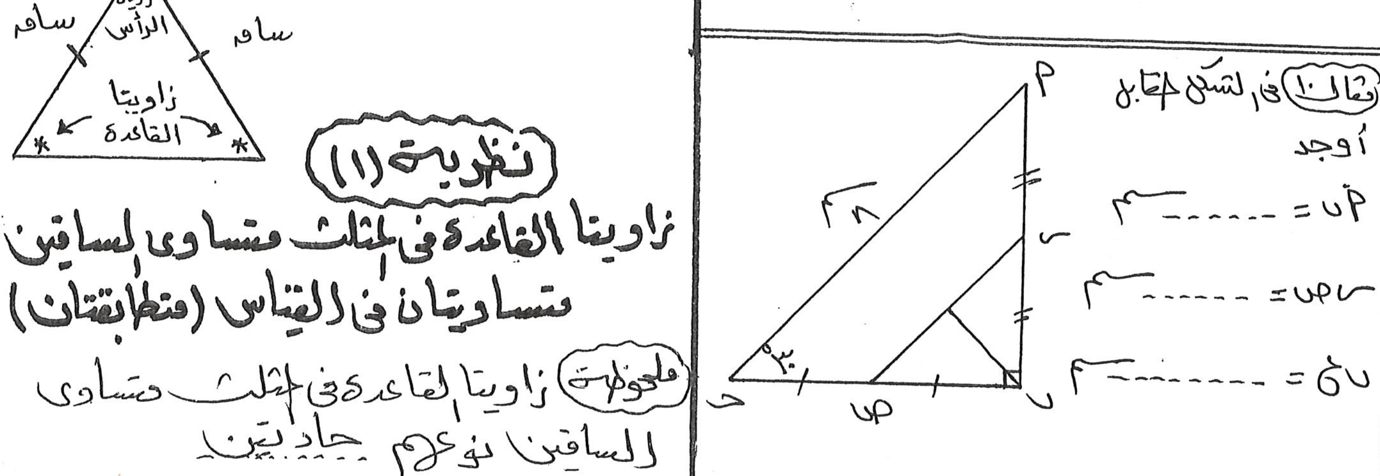
المثلث متساوي الساقين

ملحوظة أنواع المثلث بالنسبة لأضلاعه



مختلف الأضلاع — متساوي الساقين — متساوي الأضلاع

المثلث متساوي الساقين



مثال (١٠) في الشكل المقابل

أوجد

أ ب = ... سم

هـ ب = ... سم

ب ك = ... سم

نظرية (١١)

زاويتا القاعدة في المثلث متساوي الساقين متساويتان في القياس (متطابقتان)

ملحوظة زاويتا القاعدة في المثلث متساوي الساقين نوعهم حادتين

٦

مثال ١ في الشكل المقابل

س = ... س = ...

س = ... س = ...

ص = ...

نتيجة المثلث متساوي الأضلاع

زواياه متساوية في القياس وقياس

كلاً منها ٦٠° والخارجة عنها ١٢٠° ونلاحظ

ونفرضها

مثال ٢ في الشكل المقابل

س = ... س = ...

ص = ... ص = ...

س = ...

ص = ...

مثال ٣ في الشكل المقابل

أد = دح = أح ، أب = بح

ق(∠أبح) = ٥٠°

أوجد ق(∠ب أ د)

الحل

مثال ٤ في الشكل المقابل

أبح مثلث فيه

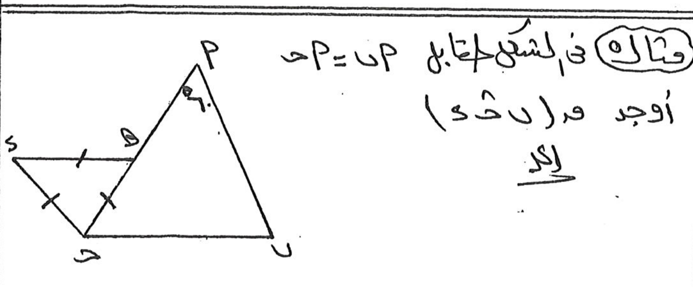
أح = بح ، أد // بح

ق(∠د أح) = ٥٠°

أوجد قياسات زوايا

المثلث أبح

الحل



مثال ٥ في الشكل المقابل أب = أح

أوجد ق(∠ب هـ د)

الحل

مثال ٦ في الشكل المقابل

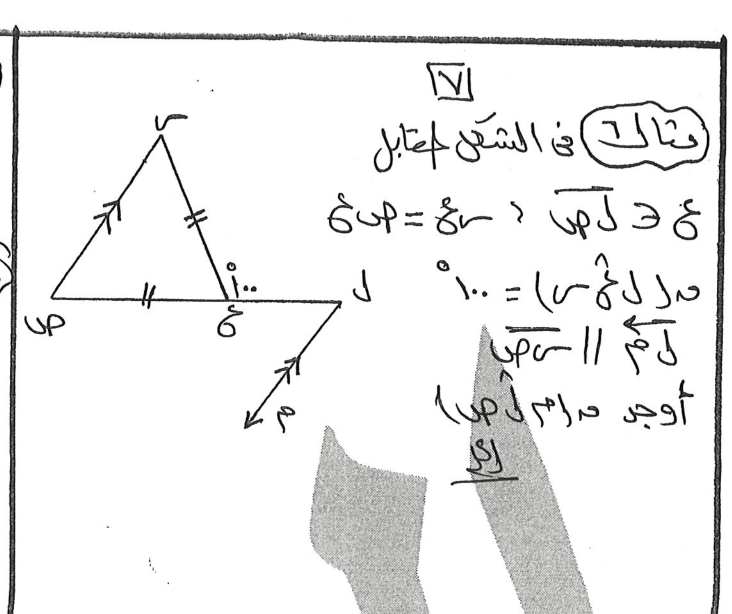
ع ∈ ل ص ، س ع = ص ع

ق(∠ ل ع س) = ١٠٠°

ل م ∥ س ص

أوجد ق(∠ م ل ص)

الحل



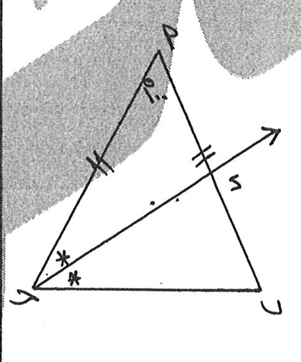
مثال ٧ في الشكل المقابل

أ ب = أ ج ، ق(∠ ب أ ج) = ١٠٠°

ج د ينصف ∠ ب ج أ ويقطع أ ب في د أوجد

① ق(∠ ب) = ② ق(∠ ب د ج)

الحل



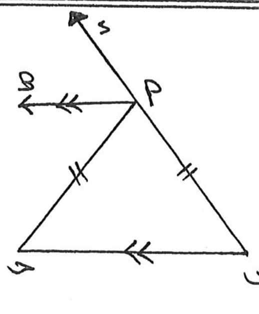
مثال ٨ في الشكل المقابل

أ ∈ ب د ، أ ب = أ ج

أ هـ ∥ ب ج

أثبت أن أ هـ ينصف ∠ د أ ج

الحل



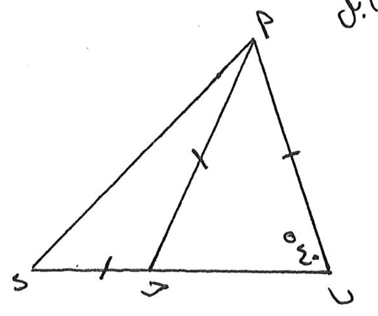
مثال ٩ في الشكل المقابل

أ ب = أ ج = ج د

ق(∠ ب) = ٤٠°

أوجد ق(∠ ب أ د)

الحل



مثال ١٠ في الشكل المقابل

أ ب ج مثلث فيه أ ب = أ ج

ب د = هـ ج أثبت أن

① Δ أ د هـ متساوي الساقين

② ∠ أ هـ د ≡ ∠ أ د هـ

الحل

مثال ١١ في الشكل المقابل

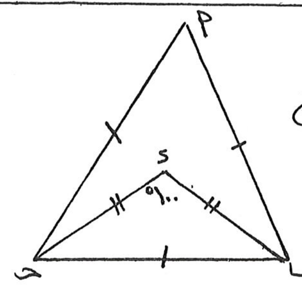
أ ب ج مثلث متساوي الأضلاع

د ب = د ج

ق(∠ ب د ج) = ١٠٠°

أوجد ق(∠ أ ب د)

الحل



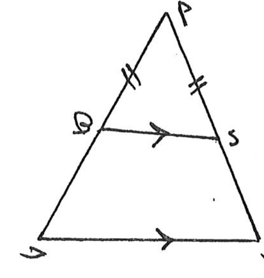
عكس نظرية المثلث متساوي الساقين

نظرية (٢) في أي مثلث إذا وجدت زاويتان متساويتان في القياس كان المثلث متساوي الساقين

مثال ١ في الشكل المقابل
ق(أ^) = ٧١° ق(ب^) = ٣٨°
أثبت أن Δ أ ب حـ متساوي الساقين
الحل

مثال ٢ في الشكل المقابل
د ∈ حـ ب ، ق(∠أ ب د) = ١١٥°
ق(أ^) = ٧٠°
أثبت أن
Δ أ ب حـ متساوي الساقين
الحل

مثال ٣ في الشكل المقابل
أ د = أ هـ ، د هـ // ب حـ
أثبت أن Δ أ ب حـ متساوي الساقين
الحل



١٨

مثال ١٢ أكمل

[١] في المثلث متساوي الساقين زاويتا القاعدة ....

[٢] في المثلث متساوي الساقين إذا كان قياس زاوية الرأس ١٠٠° فإن قياس إحدى زاويتا القاعدة = ...°

[٣] في المثلث متساوي الساقين إذا كان قياس زاوية الرأس ١٣٠° فإن قياس إحدى زاويا القاعدة = ...°

[٤] في المثلث متساوي الساقين إذا كان قياس إحدى زوايا القاعدة ٥٠° فإن قياس زاوية الرأس = ...°

[٥] Δ أ ب حـ فيه أ ب = أ حـ ، ق(ب^) = ٧٠° فإن ق(أ^) = ...°

[٦] Δ أ ب حـ فيه أ ب = أ حـ ، ق(أ^) = ١٠٠° فإن ق(ب^) = ...°

[٧] المثلث متساوي الساقين زاويتا القاعدة نوعهم ....

[٨] المثلث متساوي الأضلاع قياس إحدى زواياه الداخلة = ...° و الخارجة عنه = ...° ونوعها ....

[٩] Δ س ص ع فيه س ص = ص ع = ع س فإن ق(س^) = ...°

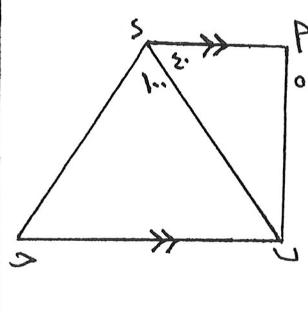
[١٠] Δ أ ب حـ قائم في أ ، أ ب = أ حـ فإن ق(ب^) = ...°

[١١] إذا كان قياس إحدى زاويتا القاعدة في المثلث متساوي الساقين = ٣٠° كان المثلث ....

[١٢] في Δ س ص ع إذا كان س ص = س ع فإن الزاوية الخارجة عند الرأس ع نوعها ....

[١٣] أوجب قيمة س = ...

مثال ٤ في الشكل المقابل



$\overline{أد} \parallel \overline{بج}$ ، ق(∠أدب) = ٤٠°

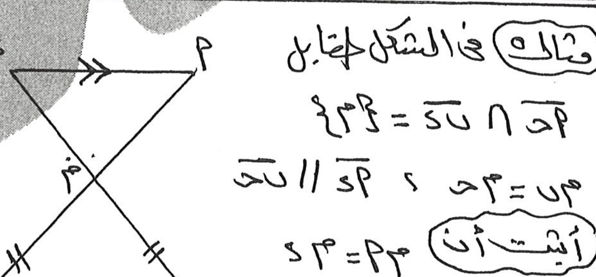
ق(∠بدج) = ١٠٠°

أثبت أن

△ دبج متساوي الساقين

الحل

مثال ٥ في الشكل المقابل

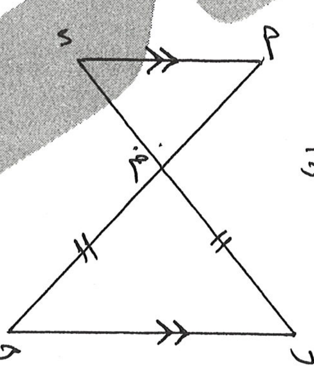


$\overline{أج} \cap \overline{بد} = \{م\}$

م ب = م ج ، $\overline{أد} \parallel \overline{بج}$

أثبت أن م أ = م د

الحل



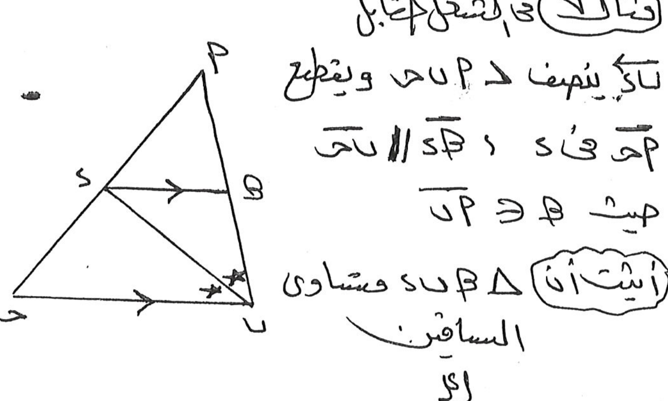
مثال ٦ أ ب ج مثلث فيه د ∈ $\overline{أب}$ ، هـ ∈ $\overline{بج}$

بحيث كان ب د = ب هـ إذا كان $\overline{دهـ} \parallel \overline{أج}$

أثبت أن أ ب = ب ج

الحل

مثال ٧ في الشكل المقابل



$\overrightarrow{بد}$ ينصف ∠ أ ب ج ويقطع

$\overline{أج}$ في د ، $\overline{هـد} \parallel \overline{بج}$

حيث هـ ∈ $\overline{أب}$

أثبت أن △ هـ ب د متساوي الساقين

الحل

مثال ٨ في الشكل المقابل

أ ب ج مثلث متساوي الأضلاع و ∈ $\overleftrightarrow{أج}$

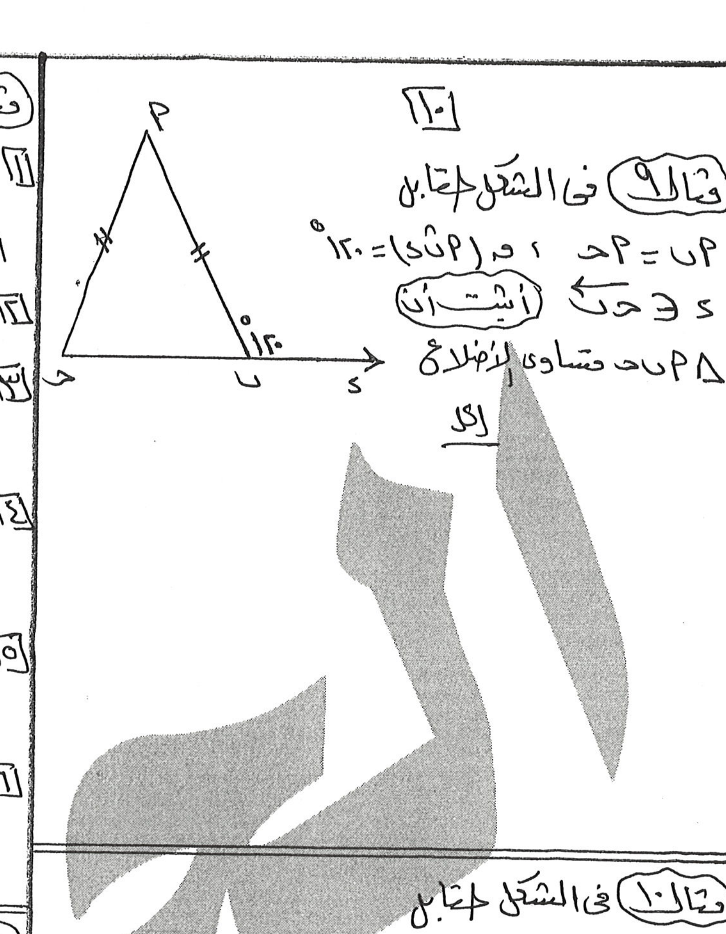
د ∈ $\overrightarrow{جب}$ ، ق(∠د و ج) = ٣٠°

أثبت أن △ د ج و متساوي الساقين

الحل

ملحوظة المثلث متساوي الساقين إذا وجدت فيه زاوية قياسها ٦٠° يتحول إلى مثلث متساوي الأضلاع

[١٠]



سؤال ٩ في الشكل المقابل

أب = أجـ ، ق(∠أب د) = ١٢٠°

د ∈ جـ ب→ أثبت أن

△ أب جـ متساوي الأضلاع

الحل

سؤال ١٠ في الشكل المقابل

أد = دجـ = جـ ب = جـ أ

أثبت أن أد // ب جـ

△ أب جـ متساوي الأضلاع

الحل

سؤال ١١ في الشكل المقابل

أد = ب د = د جـ

ق(∠أجـ د) = ٣٠°

أثبت أن △ أب د

متساوي الأضلاع

سؤال ١٢ أكمل

[١] إذا تطابقت زاويتان في مثلث فإن الضلعين المقابلين لهاتين الزاويتين يكونا ....

[٢] إذا تطابقت زوايا المثلث فإنه يكون ....

[٣] إذا كان أب جـ مثلث فيه ق(∠أ) = ٣٠° ، ق(∠ب) = ١٢٠° كان المثلث ....

[٤] إذا كان قياس إحدى زوايا مثلث متساوي الساقين يساوي ٦٠° كان المثلث ....

[٥] مثلث أب جـ فيه أب = أجـ ، ق(∠أ) = ٦٠° إذا كان محيط △ = ١٨ سم فإن ب جـ = ... سم

[٦] △ س ص ع فيه س ص = ص ع ، ق(∠ص) = ق(∠ع) ∴ ق(∠س) = ...°

سؤال ١٣ في الشكل المقابل

أب جـ مثلث فيه

ق(∠ب) = ق(∠جـ)

أوجد محيط المثلث

الحل

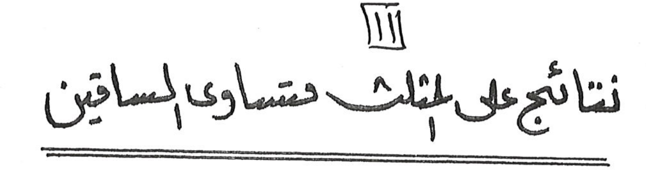
(أ ، ب ، جـ ؛ أب = ٢س - ١ ، أجـ = س + ٣ ، ب جـ = ٩ - س)

سؤال ١٤ في الشكل المقابل

أكتب أضلاع المثلث المتساوية في الطول

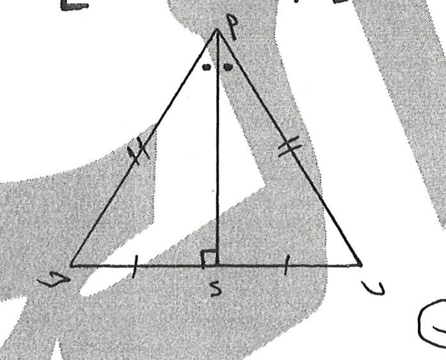
الحل

(أ ، ب ، جـ ؛ ق(∠أ) = ٢ع ، ق(∠جـ) = ع + ٤٠ ، ق(∠ب) = ٣ع - ١٠)



نتائج على المثلث متساوي الساقين

متوسط المثلث الخارج من رأس المثلث متساوي الساقين
[ينصف زاوية الرأس ، عمودي على القاعدة وينصف القاعدة]



مثال (1)

[1] متوسط المثلث متساوي الساقين الخارج من الرأس ينصف القاعدة و .... و ....

[2] منصف زاوية رأس المثلث متساوي الساقين ....

[3] المستقيم المرسوم من رأس المثلث متساوي الساقين عمودي على القاعدة ....

مثال (2) في الشكل المقابل

أ ب ج مثلث متساوي الساقين حيث أ ب = أ ج

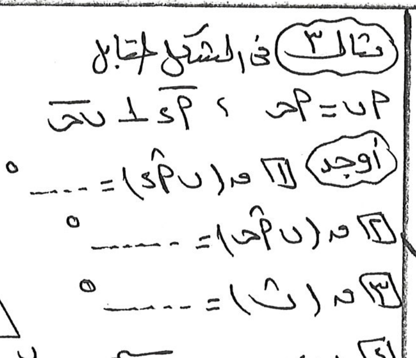
د ∈ ب ج بحيث أ د ⊥ ب ج

ق(∠ج أ د) = ٢٨° ، ب د = ٣ سم

أوجد [1] ق(∠ب أ ج) [2] طول ب ج

الحل

مثال (3) في الشكل المقابل



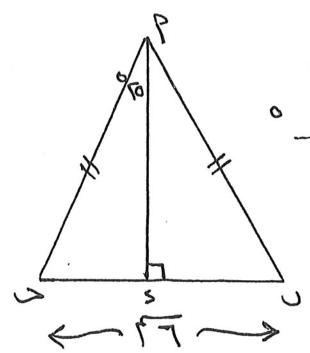
أ ب = أ ج ، أ د ⊥ ب ج

أوجد [1] ق(∠ب أ د) = ...°

[2] ق(∠ب أ ج) = ...°

[3] ق(∠ج) = ...°

[4] ب د = ... سم



مثال (4) في الشكل المقابل

أ ب ج د شكل رباعي فيه

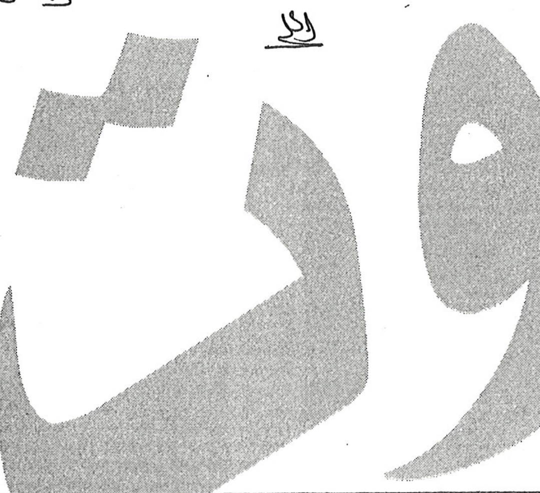
أ د // ب ج ، ب د ينصف ∠أ ب ج

أ هـ ينصف ∠ب أ د

أثبت أن

[1] أ ب = أ د [2] أ هـ ⊥ ب د [3] ب هـ = هـ د

الحل



محور القطعة المستقيمة

هو المستقيم العمودي على القطعة المستقيمة من منتصفها يسمى (محور تماثل القطعة المستقيمة)

المستقيم ل محور تماثل أ ب

ملحوظة

أي نقطة تقع على محور تماثل القطعة المستقيمة تكون على بعدين متساويين من طرفيها

[12]

عدد محاور تماثل المثلث

المثلث متساوي الساقين ......1......

المثلث متساوي الأضلاع ......3......

المثلث مختلف الأضلاع ...صفر...

أكمل

[1] المستقيم المرسوم من رأس المثلث متساوي الساقين عمودي على القاعدة يسمى ....

[2] محور القطعة المستقيمة هو ....

[3] أي نقطة تنتمي لمحور القطعة المستقيمة تكون على بعدين .... من طرفيها

[4] إذا كانت جـ تنتمي إلى محور تماثل القطعة المستقيمة $\overline{سص}$ فإن ...... = ...

[5] عدد محاور تماثل المثلث متساوي الساقين = ...

[6] عدد محاور تماثل المثلث مختلف الأضلاع = ...

[7] عدد محاور تماثل المثلث متساوي الأضلاع = ...

[8] △ أ ب جـ إذا كان ق($\hat{أ}$) = ق($\hat{ب}$) = 60° فإن عدد محاور تماثل المثلث = ...

[9] △ أ ب جـ إذا كان أ ب = أ جـ ، ق($\hat{أ}$) = 60° عدد محاور تماثل أضلاعه = ...

[10] △ أ ب جـ إذا كان ق($\hat{أ}$) = ق($\hat{ب}$) $\neq 60^\circ$ عدد محاور تماثله = ...

[11] إذا كان قياس إحدى زوايا مثلث قائم هو 45° فإن عدد محاور تماثله ......

[12] أقصر بعد من نقطة على مستقيم معلوم هو ....

مثال 1

في الشكل المقابل

أ ب = أ جـ ، ب جـ = 10 سم

ق(ب $\hat{أ}$ د) = 30°

$\overline{أد} \perp \overline{بجـ}$

[1] أوجد طول ب د ، أ د.

[2] ما عدد محاور تماثل △ أ ب جـ

[3] مساحة △ أ ب جـ

الحل

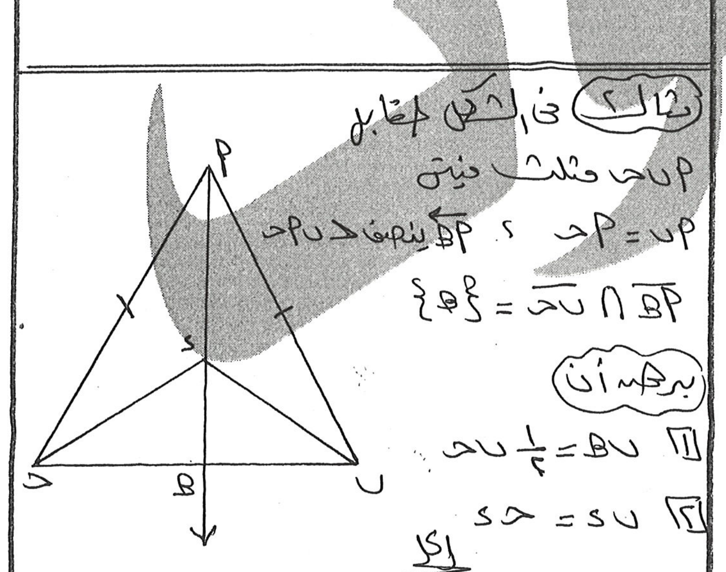
مثال 2

في الشكل المقابل

أ ب جـ مثلث فيه

أ ب = أ جـ ، $\overrightarrow{أهـ}$ ينصف ∠ب أ جـ

$\overrightarrow{أهـ} \cap \overline{بجـ} = \{هـ\}$

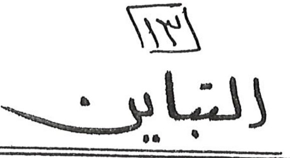


برهن أن

[1] ب هـ = $\frac{1}{2}$ ب جـ

[2] ب د = جـ د

الحل



١٣

المتباينة

المقارنة بين قياسات زوايا المثلث

نظرية: إذا اختلف طولا ضلعين في مثلث فأكبرهما في الطول يقابله زاوية أكبر في القياس من قياس الزاوية المقابلة للضلع الآخر.

مثال ١: في الشكل المقابل

أ ب جـ د شكل رباعي

أثبت أن

ق(∠د أ ب) > ق(∠د جـ ب)

الحل

(الشكل: د ، أ ، ب ، جـ ، ٤سم ، ٣سم ، ٢سم ، ٥سم)

مثال ٢: في الشكل المقابل [> أو <]

ق(∠أ) ..... ق(∠ب)

ق(∠أ) ..... ق(∠جـ)

ق(∠ب) ..... ق(∠جـ)

(الشكل: أ ، ب ، جـ ، ٤سم ، ٥سم ، ٦سم)

مثال ٣: مثلث أ ب جـ فيه

أ ب = ٧سم   ب جـ = ٥سم   أ جـ = ٦سم

أكبر الزوايا في القياس ...... وأصغرها ....

مثال ٤:

١ △ أ ب جـ فيه أ ب > أ جـ ∴ ق(∠جـ) > ق(∠)

٢ △ س ص ع فيه س ص > ص ع ∴ ق(∠ع) > ق(∠)

٣ △ س ص ع فيه س ص > ص ع ∴ ق(∠) > ق(∠)

مثال ٥: في الشكل المقابل

س ص > س ل

ص ع > ع ل

برهن أن

ق(∠س ل ع) > ق(∠س ص ع)

الحل

(الشكل: س ، ص ، ع ، ل)

مثال ٦: في الشكل المقابل

أ ب جـ د شكل رباعي فيه

جـ ب = جـ د ، أ ب > أ د

برهن أن

ق(∠أ د جـ) > ق(∠أ ب جـ)

الحل

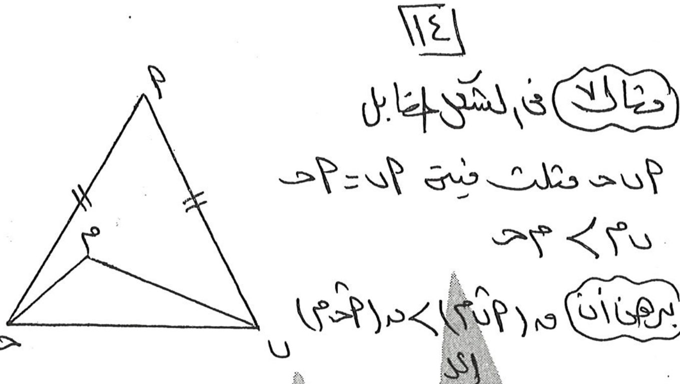
(الشكل: أ ، ب ، جـ ، د)

مثال ٧ في الشكل المقابل

أ ب جـ مثلث فيه أ ب = أ جـ

م ب > م جـ

برهن أن ق(∠أ ب م) > ق(∠أ جـ م)



الحل

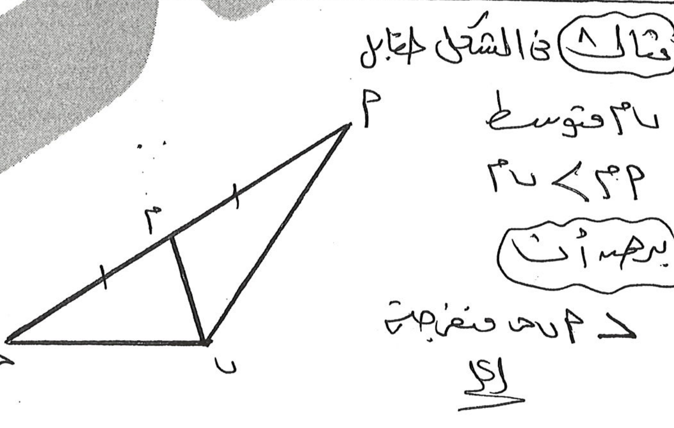
مثال ٨ في الشكل المقابل

ب م متوسط

أ م > ب م

برهن أن

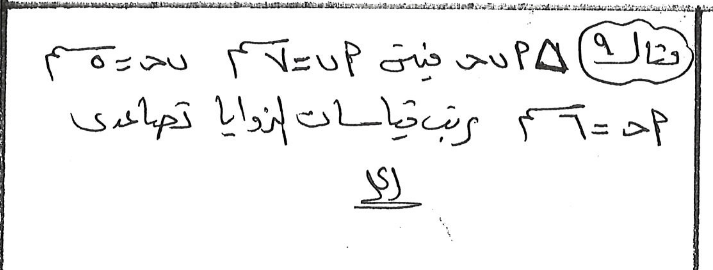
∠ أ ب جـ منفرجة



الحل

مثال ٩ Δ أ ب جـ فيه أ ب = ٧ سم ، ب جـ = ٥ سم

أ جـ = ٦ سم رتب قياسات الزوايا تصاعدي

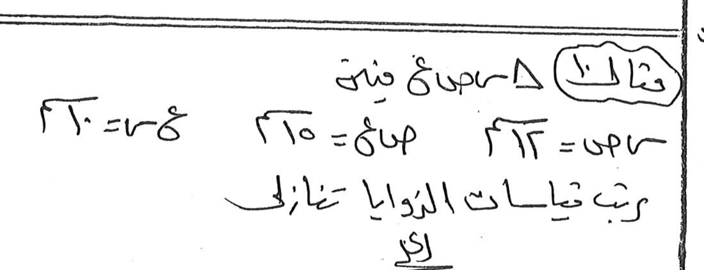


الحل

مثال ١٠ Δ س ص ع فيه

س ص = ١٢ سم ص ع = ١٥ سم ع س = ١٠ سم

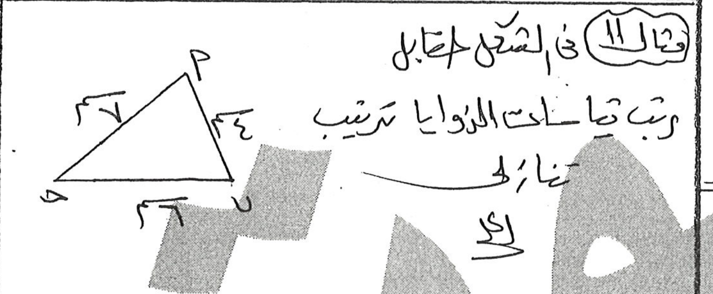
رتب قياسات الزوايا تنازلي



الحل

مثال ١١ في الشكل المقابل

رتب قياسات الزوايا ترتيب تنازلي



الحل

نظرية إذا اختلف قياسا زاويتان في مثلث فأكبرهما في القياس يقابلها أكبر الأضلاع طولاً

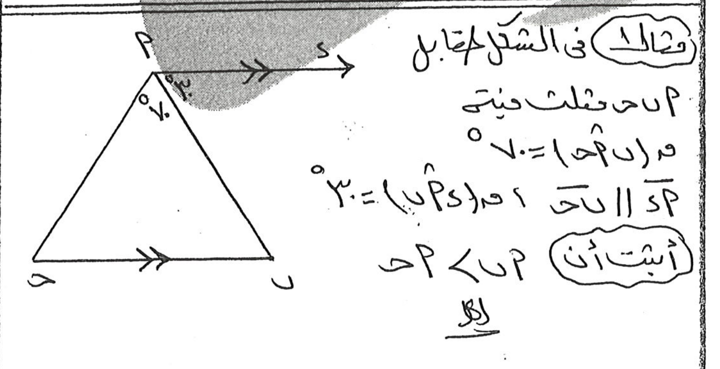
مثال في الشكل المقابل

أ ب جـ مثلث فيه

ق(∠ب أ جـ) = ٧٠°

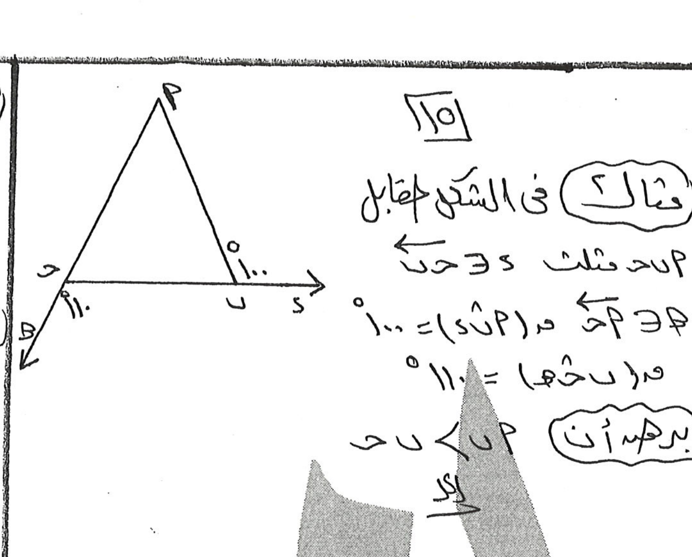
أ د // ب جـ ، ق(∠د أ ب) = ٣٠°

أثبت أن أ ب > أ جـ



الحل

مثال ٢ في الشكل المقابل



أ ب حـ مثلث ، د ∈ $\overleftarrow{حـ ب}$

هـ ∈ $\overrightarrow{أ حـ}$ ، ق(أ ب̂ د) = ١٠٠°

ق(ب حـ̂ هـ) = ١١٠°

برهن أن أ ب > ب حـ

الحل

مثال ٣ في الشكل المقابل

$\overleftrightarrow{أ د}$ // ب حـ ، ق(ب أ̂ حـ) = ٨٠°

ق(د أ̂ حـ) = ٣٠°

برهن أن ب حـ > أ ب

الحل

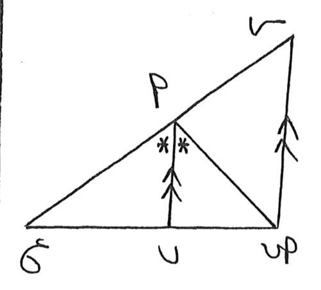
مثال ٤ △ أ ب حـ فيه

ق(أ̂) = ٤٠° ق(ب̂) = ٦٠° ق(حـ̂) = ٨٠°

رتب أضلاع المثلث ترتيب تنازلي

الحل

مثال ٥ في الشكل المقابل



$\overline{س ص}$ // $\overline{أ ب}$

$\overrightarrow{أ ب}$ ينصف ∠ ص أ ع

برهن أن س ع > ص ع

الحل

∵ $\overrightarrow{أ ب}$ ينصف ∠ ص أ ع

∴ ق(ص أ̂ ب) = ق(ب أ̂ ع)

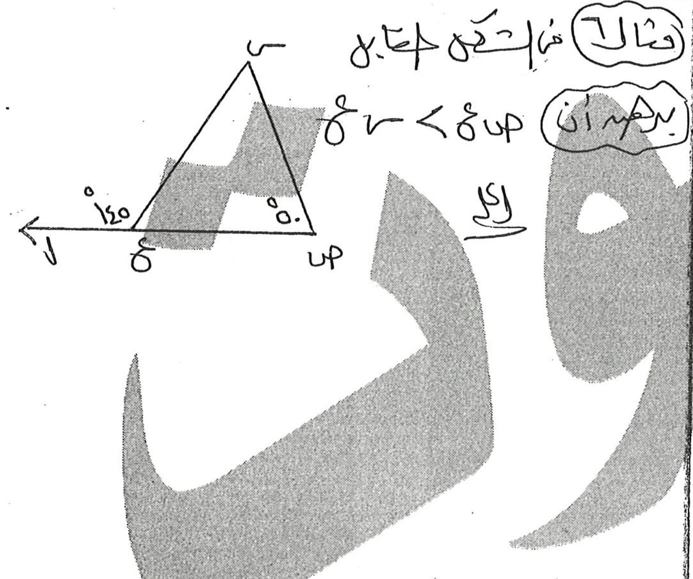
∵ $\overline{س ص}$ // $\overline{أ ب}$ ∴ ق(س ص̂ أ) = ق(ص أ̂ ب) تبادل

ق(ص س̂ أ) = ق(ب أ̂ ع) تناظر

∴ ق(ص̂) > ق(س̂)

∴ س ع > ص ع #

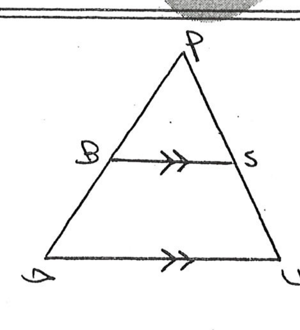
مثال ٦ في الشكل المقابل



برهن أن ص ع > س ع

الحل

مثال ٧ في الشكل المقابل



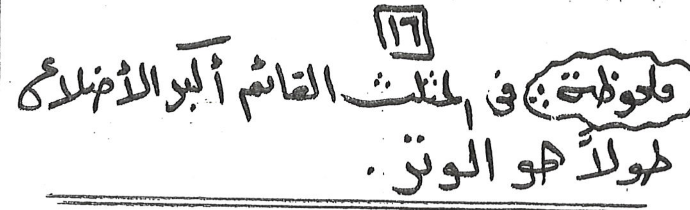
△ أ ب حـ فيه أ ب > أ حـ

$\overline{د هـ}$ // ب حـ

برهن أن ق(أ هـ̂ د) > ق(أ د̂ هـ)

الحل

١٦



ملحوظة: في المثلث القائم أكبر الأضلاع طولاً هو الوتر.

سؤال ٩ أكمل

[١] إذا اختلف طولا ضلعين في مثلث فأكبرهما طولاً يقابله ....

[٢] إذا اختلف قياسا زاويتين في مثلث فأكبرهما في القياس يقابله ....

[٣] أكبر أضلاع المثلث القائم طولاً هو ....

[٤] أ ب جـ مثلث فيه ق(∠جـ) = ١١٠° يكون أكبر أضلاعه هو ....

[٥] إذا كان أ ب جـ مثلث فيه ق(∠أ) = ٥٠° ، ق(∠ب) = ٣٠° أصغر أضلاعه .... فأكبر أضلاعه ....

[٦] إذا كان △ أ ب جـ فيه ق(∠أ) = ق(∠ب) + ق(∠جـ) أكبر الأضلاع هو ....

[٧] △ أ ب جـ فيه أ ب = أ جـ ، ق(∠أ) = ٧٠° فإن أ ب > ....

[٨] أكبر أضلاع طولاً في △ أ ب جـ الذي فيه ق(∠أ) = ١٠٥° هو ....

[٩] أصغر الأضلاع طولاً في △ أ ب جـ الذي فيه ق(∠أ) = ٤٠° ق(∠ب) = ٦٠° هو ....

[١٠] △ س ص ع فيه ق(∠س) > ق(∠ع) فإن س ص < ....

[١١] △ أ ب جـ فيه أ ب > ب جـ فإن ق(∠أ) < ....

[١٢] △ أ ب جـ قائم في ب فإن أ جـ > ....

[١٣] △ س ص ع فيه ق(∠س) = ٦٥° ، ق(∠ص) = ٥٠° رتب أضلاعه تصاعدي .... ، .... ، ....

سؤال ١٠

في الشكل المقابل أ د = ب د = د جـ

برهن أن ب جـ > أ جـ

الحل

سؤال ١١

في الشكل المقابل أ ب جـ مثلث فيه د ∈ ب جـ بحيث أ د = ب د

برهن أن ب جـ > أ جـ

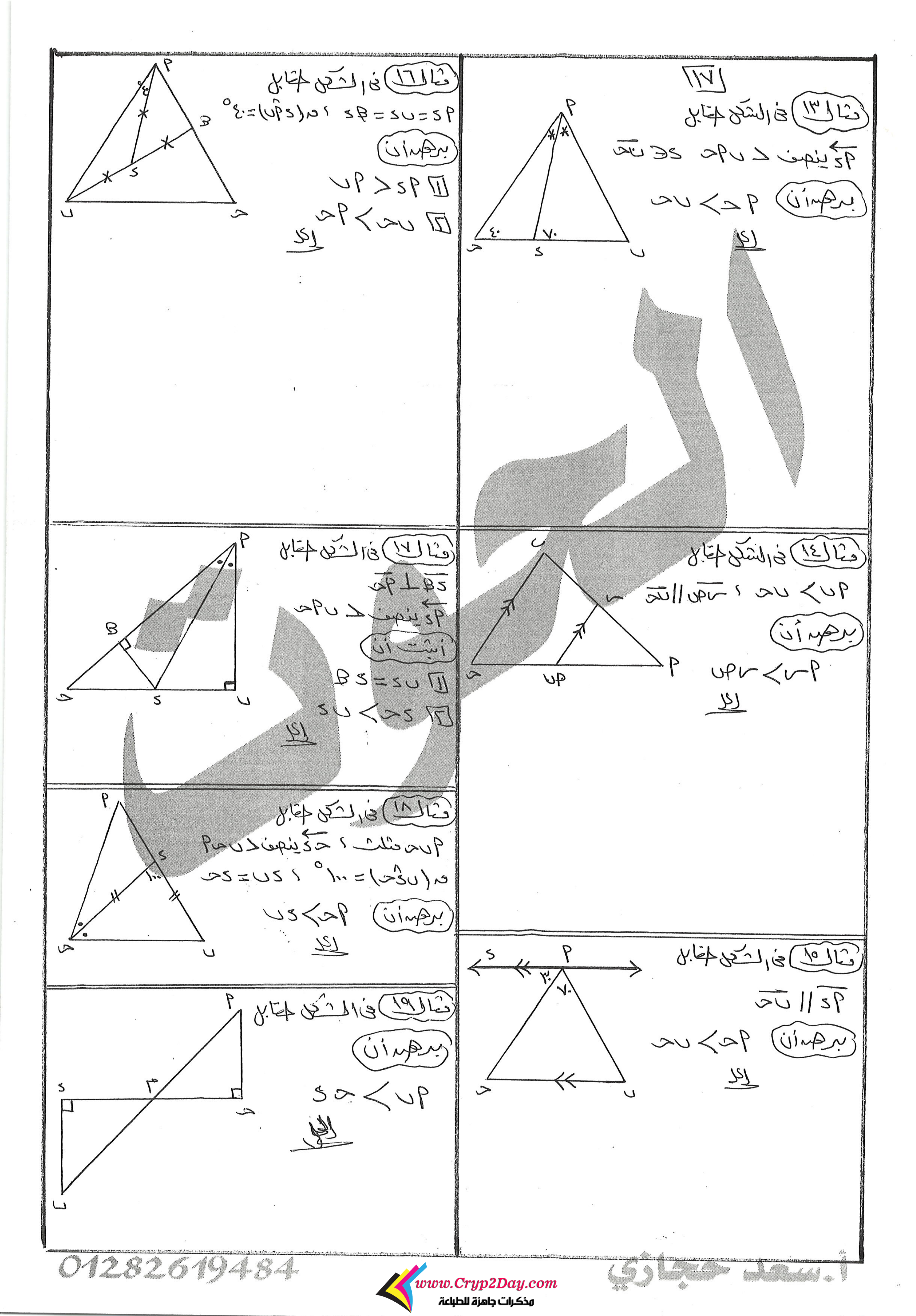
الحل

سؤال ١٢

في الشكل المقابل د هـ // ب جـ

برهن أن أ ب > أ جـ

الحل



١٧

مثال ١٣ في الشكل المقابل

$\overleftrightarrow{أد}$ ينصف ∠ ب أ ح ، د ∈ ب ح

برهن أن: أ ح > ب ح

الحل

مثال ١٤ في الشكل المقابل

أ ب > ب ح ، س ص // ب ح

برهن أن

أ س > أ ص

الحل

مثال ١٥ في الشكل المقابل

أ د // ب ح

برهن أن: أ ح > ب ح

الحل

مثال ١٦ في الشكل المقابل

أ د = ب د = د هـ ، ق(∠ ب أ د) = ٤٠°

برهن أن

(١) أ د < أ ب

(٢) ب ح > أ ح

الحل

مثال ١٧ في الشكل المقابل

$\overline{د هـ}$ ⊥ $\overline{أ ح}$

$\overleftrightarrow{أد}$ ينصف ∠ ب أ ح

أثبت أن

(١) ب د = د هـ

(٢) د ح > ب د

الحل

مثال ١٨ في الشكل المقابل

أ ب ح مثلث ، $\overleftrightarrow{ح د}$ ينصف ∠ ب ح أ

ق(∠ ب د ح) = ١٠٠° ، ب د = د ح

برهن أن: أ ح > ب د

الحل

مثال ١٩ في الشكل المقابل

برهن أن

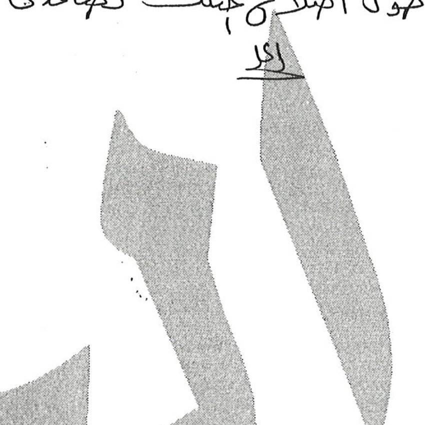
أ ب > ح د

الحل

(مثال ٢٠) Δ أ ب ح فيه ق(∠أ) = (٥س + ٢)° ، ق(∠ب) = (٦س − ١٠)° ، ق(∠ح) = (س + ٢٠)°

رتب أطوال أضلاع المثلث تصاعدياً

الحل



متباينة المثلث

مجموع ضلعين > طول الضلع الثالث

(مثال ١) وضح أي من الأضلاع تصلح أن تكون أضلاع مثلث

[١] ٥ ، ٧ ، ١٢

[٢] ٤ ، ٦ ، ١١

[٣] ١٤ ، ٩ ، ٧

[٤] ٨ ، ١٨ ، ٨

الفترة التي ينتمي إليها طول الضلع الثالث

ل ∈] طرحهم ، جمعهم [

[١] أوجد الفترة التي ينتمي إليها طول الضلع الثالث في المثلث الذي فيه طولا ضلعين

٤ سم ، ٣ سم ل ∈] ..... ، ..... [

٧ سم ، ٣ سم ل ∈] ..... ، ..... [

(مثال ٢) أكمل

[١] مجموع طولي ضلعين في مثلث .... طول الضلع الثالث

[٢] طول أي ضلع في مثلث ...... مجموع طولي الضلعين الآخرين

[٣] إذا كان طولا ضلعين في مثلث ٧ سم ، ٤ سم فإن طول الضلع الثالث .... [١ ، ٢ ، ٣ ، ٤]

[٤] إذا كان طولا ضلعين في مثلث متساوي الساقين ٣ سم ، ٧ سم فإن طول الضلع الثالث .....

[٥] مثلث له محور تماثل واحد طولا ضلعين فيه ٤ سم ، ٨ سم فإن طول الضلع الثالث .....

[٦] إذا كان ٣ سم ، ٥ سم طولا ضلعين في مثلث فإن طول الضلع الثالث ∈ ....

[٧] إذا كان ٥ سم ، ١٠ سم طولا ضلعين في مثلث فإن طول الضلع الثالث ∈ .....

[٨] في Δ أ ب ح يكون أ ب + ب ح > .....

[٩] في Δ د هـ و يكون هـ و < ..... + ...

[١٠] مثلث متساوي الساقين طولا ضلعين فيه ٢ سم ، ٥ سم فإن طول الضلع الثالث .....

(مثال ٣) في الشكل المقابل

أ ب ح مثلث م نقطة داخله

برهن أن:

م أ + م ب + م ح > $\frac{1}{2}$ محيط Δ أ ب ح

الحل

أ

م

ب ح